Fraunhofer Gesellschaft zur Förderung der angewandten Forschung e.V.

Institut für Bauphysik IBP, Stuttgart

Abteilung Akustik

Schallabstrahlung biegeweicher Platten

D i p l o m a r b e i t

zur Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieur (FH)
im Studiengang Bauphysik
an der Fakultät Bauingenieurwesen, Bauphysik und Wirtschaft
der Hochschule für Technik Stuttgart HfT

angefertigt am

Fraunhofer-Institut für Bauphysik

von

Sebastian Andreas Laschczok

Wintersemester 2006/2007

Betreuer:	Dr.-Ing. Philip Leistner	IBP
	Prof. Dr.-Ing. Heinz-Martin Fischer	HfT
	Dr. rer. nat. Lutz Weber	IBP

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Diplomarbeit selbständig und unter ausschließlicher Zuhilfenahme der angegebenen Hilfsmittel und Quellen erstellt zu haben.
Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß anderen Quellen entnommen sind, wurden von mir als solche kenntlich gemacht.

Stuttgart, 15.01.2007

Sebastian A. Laschczok

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei meinen Betreuern Herrn Dr.-Ing. P. Leistner, Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-M. Fischer und Herrn Dr. rer. nat. L. Weber recht herzlich für die fachliche Betreuung und Begleitung meiner Diplomarbeit bedanken.
Besonderer Dank ergeht an Herrn Dr. Weber für die zahlreichen Gespräche, Ratschläge und wertvollen Anregungen, die wesentlich zum Gelingen der Diplomarbeit beigetragen haben. Ein Dankeschön vor allem für das Lesen der Korrektur im Weihnachtsurlaub.

Ferner möchte ich allen meinen Kollegen des Fraunhofer-Instituts einen Dank aussprechen, die einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben. Insbesonders ist dabei Herr Dieter Baumberger hervorzuheben, der mir bei der Realisierung des Prüfaufbaus zur Seite stand.
Nicht zu vergessen meinen Studienkollegen Herrn Andreas Buchele für seine praktische und fachliche Unterstützung.

Weiterhin gilt mein besonderer Dank meinem persönlichen Umfeld, vor allen Dingen meinen Eltern, deren vielfältige Unterstützung während dieser Zeit eine große Hilfe und Erleichterung für mich darstellte.

Stuttgart im Januar 2007

Inhaltsverzeichnis

Benutzte Formelzeichen

Große lateinische Buchstaben

A	äquivalente Schallabsorptionsfläche $[m^2]$
A^*	Koeffizient $[-]$
B	Biegesteife eines Balkens $[Nm^2]$
$B^{'}$	Biegesteife einer Platte $[Nm]$
B^*	Koeffizient $[-]$
C^*	Koeffizient $[-]$
E	Elastizitätsmodul $\left[\frac{N}{m^2}\right]$
H	Hilfsfunktion $[-]$
L_p	Schalldruckpegel $[dB]$
L_v	Schallschnellepegel $[dB]$
L_W	Schallleistungspegel $[dB]$
ΔL	Pegelabnahme $[dB]$
P	(Schall-) Leistung $[W]$
P_0	Bezugsschallleistung $\quad P_0 = 10^{-12} W$
$P_{0,\sigma}$	Bezugsschallleistung für die Definition des Abstrahlgrades $[W]$
R_{rad}	Strahlungswiderstand $\left[\frac{Ns}{m}\right]$
S	Fläche $[m^2]$
T	Nachhallzeit $[s]$
U	Umfang $[m]$
V	Volumen $[m^3]$

Kleine lateinische Buchstaben

a, b	Abmessungen einer Platte $[m]$
c_B	Biegewellengeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$
c_{Be}	Ausbreitungsgeschwindigkeit der erzwungenen Biegewelle $\left[\frac{m}{s}\right]$
c_L, c_0	Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$
c_{Lo}	Longitudinalwellengeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$
d	Durchmesser $[m]$
f	Frequenz $[Hz]$
f_g	Koinzidenzgrenzfrequenz $[Hz]$
f_n	Eigenfrequenzen eines Balkens $[Hz]$
$f_{nx,ny}$	Eigenfrequenzen einer Platte $[Hz]$
f_o	Hilfsfrequenz in Kapitel 6.2.7.2 $[Hz]$
f_u	Hilfsfrequenz in Kapitel 6.2.7.2 $[Hz]$
$f_{u,w}$	Eigenfrequenzen einer Platte $[Hz]$
f_{0_G}	Hilfsfrequenz in Kapitel 4.3.1.1.3 und 4.3.1.2 $[Hz]$
f_{0_K}	Hilfsfrequenz in Kapitel 4.2.1.1.6 $[Hz]$
$f_{Ü}$	Übergangsfrequenz $[Hz]$
f_1	1. Biegeeigenfrequenz einer Platte $[Hz]$
$f^{'}$	„Grenzfrequenz“ in Kapitel 4.2.1.1.6 $[Hz]$
g_1	Hilfsfunktion $[-]$
g_2	Hilfsfunktion $[-]$
h	Plattendicke $[m]$
h_x	Anzahl der Halbwellen in x-Richtung; $h \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$
h_y	Anzahl der Halbwellen in y-Richtung; $h \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$
i_x, i_y	Laufvariable eines Punktstrahlers i in x- bzw. y-Richtung; $i_{x,} i_y \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$
j_x, j_y	Laufvariable eines Punktstrahlers j in x- bzw. y-Richtung; $j_{x,} j_y \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

k_B Biegewellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

k_L Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

$k_{u,w}$ Hilfsfunktion $[-]$

l Ausdehnung einer Platte senkrecht zu einer Linienquelle $[m]$

l_A Ausbreitungsstrecke $[m]$

l_B Länge eines Balkens $[m]$

l_x, l_y Abmessungen einer Platte $[m]$

m Masse $[kg]$

$m^{'}$ Masse pro Längeneinheit $\left[\frac{kg}{m}\right]$

$m^{''}$ Masse pro Flächeneinheit $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$

n Ordnung der Eigenfrequenzen eines Balkens; $n \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

n_x, n_y Ordnung der Eigenfrequenzen einer Platte; $n_x, n_y \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

p_0 Bezugsschalldruck $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}\,Pa$

$\tilde{q}_{i_x,i_y}$ Effektivwert des Schallflusses des Punktstrahlers (i_x, i_y) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

r Radius $[m]$

r_H Körperschall-Hallradius $[m]$

$r_{i,j}$ Abstand zwischen den Punktstrahlern i und j $[m]$

t Integrationsvariable $[-]$

u Zahl der Knotenlinien einer Platte parallel zur x-Achse; $u \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

v Schnelle $\left[\frac{m}{s}\right]$

$\tilde{v}$ Effektivwert der Schnelle $\left[\frac{m}{s}\right]$

$\overline{\tilde{v}^2}$ räumlicher Mittelwert des Effektivwertquadrates der Schnelle einer Platte $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

v_0 Bezugswert der Schallschnelle $v_0 = 5 \cdot 10^{-8}\,\frac{m}{s}$ (DIN 45630)

w	Zahl der Knotenlinien einer Platte parallel zur y-Achse; $w \in \mathrm{N} \backslash \{0\}$ $[-]$
x	Hilfsgröße $[-]$

Kleine griechische Buchstaben

α	Hilfsgröße $[-]$
η	Verlustfaktor $[-]$
λ_B	Biegewellenlänge $[m]$
λ_{Be}	Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle $[m]$
λ_g	Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$
λ_L	Luftschallwellenlänge $[m]$
λ_{Sp}	Spurwellenlänge $[m]$
μ	Querkontraktionszahl (Poisson'sche Zahl) $[-]$
	Hilfsgröße $[-]$
π	3.14159265
ϑ	Einfalls- bzw. Abstrahlwinkel (bezogen auf die Normale einer Fläche) $[°]$
ρ	Rohdichte $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$\rho_0 \cdot c_0$	Schallkennimpedanz der Luft $\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$
σ	Abstrahlgrad $[-]$
σ_{res}	resultierender Abstrahlgrad $[-]$
σ_Z	Zwischenergebnis für den Abstrahlgrad $[-]$
σ'	Abstrahlmaß $[dB]$
σ'^*	Abstrahlmaß in Kapitel 6.2.7.2 und 6.2.7.5 $[dB]$
ω	Kreisfrequenz $\left[\frac{rad}{s}\right]$

Rechenoperatoren

$\lg$	dekadischer Logarithmus
Min	Minimum

1 Einführung

1.1 Problemstellung

Der Abstrahlgrad von Biegewellen auf Platten wird unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz mit abnehmender Frequenz schnell kleiner. Dies hat großen Einfluss auf die Schalldämmung und ist insbesondere für die akustischen Eigenschaften von Holz- und Leichtbaukonstruktionen entscheidend. Der Grund hierfür ist, dass die Koinzidenzgrenzfrequenz von biegeweichen Konstruktionen oberhalb bzw. im oberen Bereich des bauakustischen Frequenzbereiches liegt. Der Verlauf des Abstrahlgrades unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist somit ausschlaggebend dafür, welche Schalldämmung diese Bauteile aufweisen. Dies betrifft sowohl die Durchgangsdämmung, aber vor allem die Schalllängsdämmung. Die Kenntnis des Abstrahlgradverlaufes unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist aus diesem Grund bei biegeweichen Konstruktionen von großer Bedeutung.
Gleiches gilt für die Berechnung der Schallausbreitung in Gebäuden. Ein Beispiel hierfür ist das Berechnungsmodell nach DIN EN 12354-1 [1], das den Abstrahlgrad nicht explizit berücksichtigt. Es ist deshalb zwar im Massivbau anwendbar, für den Leichtbau jedoch im allgemeinen zu ungenau. Um das Berechnungsmodell dieser Norm auch für biegeweiche Konstruktionen sinnvoll anwenden zu können, muss der Abstrahlgrad der Bauteile in die Berechnung einbezogen werden.
Trotz der großen praktischen Bedeutung liegen jedoch insgesamt über den Abstrahlgrad biegeweicher Platten nur lückenhafte Erkenntnisse vor. Dies betrifft sowohl die rechnerische Modellierung als auch die messtechnische Untersuchung. So ist unter anderem der Einfluss der Randeinspannungen auf die Schallabstrahlung von Platten nicht genau bekannt.

1.2 Ziel der Diplomarbeit

Die Untersuchung der Schallabstrahlung von biegeweichen, isotropen Rechteckplatten ist das Ziel dieser Diplomarbeit. Im Gegensatz zu biegesteifen Platten hängt die Schallabstrahlung von biegeweichen Platten in starkem Maße davon ab, ob die Anregung mechanisch oder durch Luftschall erfolgt. Der Schwerpunkt dieser Diplomarbeit liegt auf der Untersuchung der mechanischen Anregung, denn die bei Luftschall entstehenden, erzwungenen Biegewellen erzeugen im gesamten Frequenzbereich einen Abstrahlgrad von $\sigma \approx 1$ und sind daher für eine Forschungsarbeit wenig interessant. Zwar haben sich in der Vergangenheit bereits mehrere Autoren mit dem Abstrahlgrad von mechanisch angeregten Platten beschäftigt und diverse Berechnungsmodelle entwickelt, jedoch liegen bislang nur wenige Erkenntnisse über die Genauigkeit der einzelnen Modelle und die zwischen ihnen vorhandenen Unterschiede vor. Zur Klärung der offenen Fragen wird die Schallabstrahlung biegeweicher Platten rechnerisch und messtechnisch untersucht. Dazu werden in einem ersten Schritt die aus der Literatur bekannten theoretischen Berechnungsmodelle für mechanisch angeregte, endliche isotrope Rechteckplatten zusammengestellt. In einem zweiten Schritt werden diese Berechnungsmodelle, unterteilt nach der jeweiligen Randeinspannung, sowohl untereinander, als auch mit Messergebnissen verglichen. Daraus ergibt sich die Genauigkeit der Modelle. Basierend auf den vorhandenen Verfahren werden anschließend für die wichtigsten Anwendungsfälle optimierte Modelle entwickelt, die den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades am besten nachbilden. Weiterhin soll herausgearbeitet werden, inwieweit sich mit den neu entwickelten Modellen für die Praxis zuverlässige Vorhersagen bezüglich des Abstrahlgrades treffen lassen. Dabei wird zwischen punkt- und linienförmiger Anregung der Platten differenziert. Des weiteren wird der Einfluss diverser anderer Faktoren auf die Schallabstrahlung von biegeweichen Platten untersucht.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Abstrahlgrad

Der Abstrahlgrad ist eine Größe, die das Abstrahlungsvermögen von festen Körpern beschreibt. Der Abstrahlgrad einer schwingenden Platte ist definiert als:

$$\sigma = \frac{P}{P_{0,\sigma}} = \frac{P}{\rho_0 \cdot c_0 \cdot \overline{\tilde{v}^2} \cdot S} \tag{2.1}$$

σ: Abstrahlgrad $[-]$

P: abgestrahlte Schallleistung der Platte $[W]$

$P_{0,\sigma}$: theoretisch abgestrahlte Schallleistung der Platte, wenn sie mit derselben „mittleren Schnelle“ konphas schwingen würde $[W]$

$\rho_0 \cdot c_0$: Schallkennimpedanz der Luft $\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$ ($\approx 408 \frac{Ns}{m^3}$ bei 20°C)

$\overline{\tilde{v}^2}$: räumlicher Mittelwert des Effektivwertquadrates der Plattenschnelle $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

S: Plattenfläche $[m^2]$

Mit Hilfe des Abstrahlgrades lässt sich das Abstrahlverhalten von Platten charakterisieren. Der Abstrahlgrad bezieht die Schallleistung P, die von einer zu Biegewellen angeregten Platte abgestrahlt wird, auf die abgestrahlte Schallleistung P_0 eines fiktiven Bezugsstrahlers. Der Bezugsstrahler hat die gleiche Fläche wie die abstrahlende Platte, schwingt jedoch konphas, und zwar mit der gleichen „mittleren Schnelle“ wie die zu Biegewellen angeregte Platte. Dieser Bezugsstrahler schwingt somit wie ein Kolbenstrahler.

Die logarithmische Schreibweise des Abstrahlgrades ergibt das häufig verwendete Abstrahlmaß:

$$\sigma' = 10 \cdot \lg \sigma \tag{2.2}$$

σ': Abstrahlmaß $[dB]$

2.2 Biegewellen auf Platten

Platten sind als Bauteile im Bauwesen (und auch im Maschinenbau) technisch besonders wichtige Formen fester Körper und bilden die Grundlage dieser Arbeit. Die charakteristische Wellenform in Platten ist nach [2] die Biegewelle, die auftreten kann, sobald Länge und Breite der Platte groß, deren Dicke aber klein ist gegenüber der Biegewellenlänge λ_B.

Biegewellen entstehen auf einer Platte, wenn diese in ihrer Querrichtung angeregt wird. Durch transversale Bewegungen breitet sich die Schwingung in der Platte aus. Schwingungsrichtung und Ausbreitungsrichtung stimmen hier nicht überein. Die Schwingungsrichtung erfolgt quer zur Ausbreitungsrichtung. Der Unterschied zu reinen Transversalwellen besteht darin, dass aufgrund der endlichen Dicke einer Platte neben den transversalen Bewegungen auch noch Winkelbewegungen auftreten, die durch die Dehnung der Platte beim Verbiegen entstehen. Reine Transversalwellen entstehen nur in annähernd unendlich ausgedehnten Medien, d. h., die Abmessungen dieser Medien sind viel größer als die auftretenden Wellenlängen.

Die Bewegung senkrecht zur Plattenoberfläche ist charakteristisch für Biegewellen und entscheidend dafür, dass Luftschall abgestrahlt wird. Die Biegewelle ist deshalb die akustisch wichtigste aller Wellenarten. Gelegentlich wird die sich mit der Biegewellengeschwindigkeit c_B ausbreitende Welle auch als freie Biegewelle bezeichnet, um sie von der erzwungenen Biegewelle, die infolge schrägen Schalleinfalls auf Platten entsteht, zu unterscheiden. Die Biegewellengeschwindigkeit ist abhängig von der Frequenz. Dies wird als Dispersion bezeichnet und ist eine Besonderheit von Biegewellen.

Nach [2] gilt für die Biegewellengeschwindigkeit von Platten:

$$c_B = \sqrt[4]{\omega^2 \cdot \frac{B'}{m''}} \tag{2.3}$$

c_B: Biegewellengeschwindigkeit der Platte $\left[\frac{m}{s}\right]$

ω: Kreisfrequenz $\left[\frac{rad}{s}\right]$

B': Biegesteife der Platte je Breite nach Gleichung (2.4) $[Nm]$

m'': Masse pro Flächeneinheit der Platte nach Gleichung (2.5) $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$

Für die Biegesteife einer Platte gilt:

$$B' = \frac{E}{(1-\mu^2)} \cdot \frac{h^3}{12} \tag{2.4}$$

E: Elastizitätsmodul der Platte $\left[\frac{N}{m^2}\right]$

h: Plattendicke $[m]$

μ: Poisson'sche Querkontraktionszahl der Platte $[-]$

Für die Masse pro Flächeneinheit einer Platte gilt:

$$m'' = \rho \cdot h \tag{2.5}$$

ρ: Rohdichte der Platte $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

Die Biegewellenlänge ergibt sich aus:

$$c_B = f \cdot \lambda_B \tag{2.6}$$

f: Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

λ_B: Biegewellenlänge der Platte $[m]$

unter Einbeziehung der Gleichung (2.3) zu:

$$\lambda_B = \frac{c_B}{f} = \sqrt{\frac{2\pi}{f}} \cdot \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} \tag{2.7}$$

Für die Biegewellenzahl gilt somit:

$$k_B = \frac{\omega}{c_B} = \frac{2\pi \cdot f}{c_B} = \frac{2\pi}{\lambda_B} = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{m''}{B'}} \tag{2.8}$$

k_B: Biegewellenzahl der Platte $\left[\frac{1}{m}\right]$

Grundlage jeder Abstrahlgradberechnung ist die Kenntnis der Schwingfrequenzen und der Schwingungsformen auf der Platte. In endlichen Medien bilden sich durch Reflexionen an den Enden bzw. Diskontinuitäten bei bestimmten Frequenzen stehende Wellen aus. Diese Frequenzen werden als Eigenmoden bzw. Eigenfrequenzen bezeichnet. Wird ein Medium zu Biegewellen angeregt, dann spricht man in diesem Zusammenhang von Biege-eigenfrequenzen.

Die Lage der Eigenfrequenzen ist abhängig von den geometrischen Abmessungen, den Materialeigenschaften (Elastizitätsmodul E, Querkontraktionszahl μ, Dichte ρ) und insbesondere von den Einspannbedingungen des schwingenden Körpers. Die Schwingungsformen werden im Wesentlichen durch die Einspannbedingungen beeinflusst.

In dieser Arbeit werden drei verschiedene Lagerungsarten der Platten betrachtet:

- gelenkige Lagerung
- feste Einspannung
- freie Lagerung

Bei der gelenkigen Lagerung können die Platten an den Randeinspannungen zwar eine Drehbewegung ausführen, allerdings ist in diesen Bereichen keine Verschiebung in Richtung der Plattennormalen möglich. Es können damit an den Rändern zwar Normalkräfte übertragen werden, jedoch keine Momente. Diese Lagerbedingung wird häufig als theoretisches Konstrukt verwendet, um für Berechnungen vereinfachte Randbedingungen zu schaffen.

Bei der festen Einspannung können die Platten an den Rändern im idealen Fall keinerlei Bewegung ausführen, d. h. sie sind starr eingespannt. Es können somit an den Rändern sowohl Kräfte, als auch Momente übertragen werden.

Im Fall der freien Lagerung ist die Bewegungsfreiheit der Platten an den Rändern idealerweise nicht eingeschränkt. Es können somit an den Rändern weder Kräfte noch Momente übertragen werden.

Die freie Lagerung und die feste Einspannung stellen die beiden Grenzfälle dar, die sich für die Lagerung einer Platte ergeben können.

Bei einem eindimensionalen gelenkig gelagerten endlichen Bauteil (z. B. ein Balken) treten die Eigenfrequenzen nach [2] dann auf, wenn die Abmessung des Balkens dem n-fachen der halben Biegewellenlänge entspricht.

Es gilt:

$$l_B = n \cdot \frac{\lambda_B}{2} \tag{2.9}$$

l_B : Länge des Balkens $[m]$

n : Ordnung der Eigenfrequenzen; $n \in \mathrm{N} \backslash \{0\}$ $[-]$

Für die Biegeeigenfrequenzen eines eindimensionalen endlichen Mediums mit gelenkig gelagerten Rändern ergibt sich unter Einbeziehung von Gleichung (2.7) folgende analytische Lösung:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{B}{m^{'}}} \cdot \left(\frac{n}{l}\right)^2 \tag{2.10}$$

f_n : Eigenfrequenzen des Balkens $\left[\frac{1}{s}\right]$

B : Biegesteife des Balkens $[Nm^2]$

$m^{'}$: längenbezogene Masse des Balkens $\left[\frac{kg}{m}\right]$

In folgender Abbildung sind die Schwingungsformen der ersten drei Eigenmoden eines eindimensionalen endlichen Mediums mit gelenkig gelagerten Rändern dargestellt:

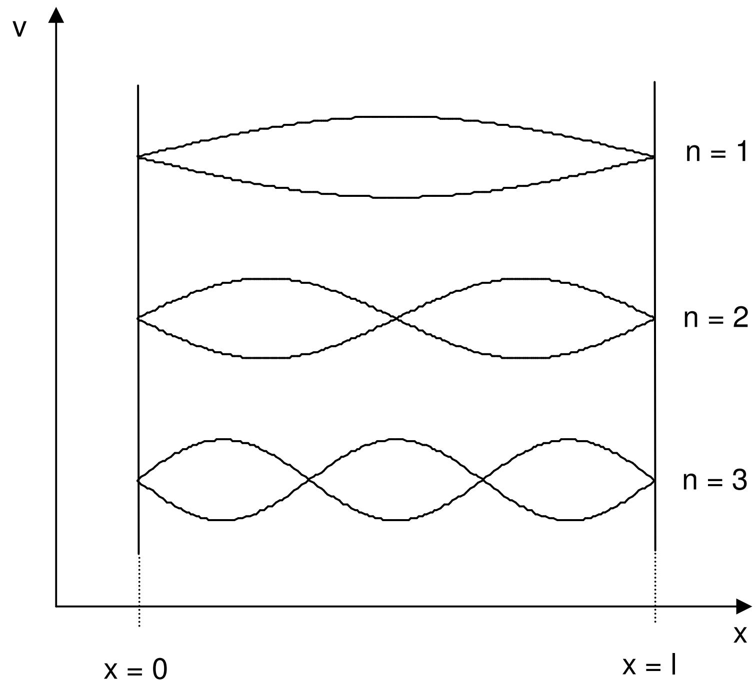


Abbildung 2.1: Schwingungsformen bei gelenkiger Lagerung

Abszisse: Schallschnelle in Querrichtung des Balkens
Ordinate: Position auf dem Balken (in Abhängigkeit von x)

In Abbildung 2.1 ist zu erkennen, dass die Schnelleverteilung bei gelenkig gelagerten Rändern streng sinusförmig ist.

Für die Biegeeigenfrequenzen eines eindimensionalen endlichen Mediums mit fest eingespannten Rändern gibt es keine analytische Lösung. Die Eigenfrequenzen müssen für diesen Fall numerisch bestimmt werden. Der eindimensionale Fall ist für die Durchführung dieser Diplomarbeit ohne Bedeutung. Daher wird hier keine Näherungslösung zur Berechnung der Eigenfrequenzen angegeben.

In nachstehender Abbildung sind die Schwingungsformen der ersten drei Eigenmoden eines eindimensionalen endlichen Mediums mit fest eingespannten Rändern dargestellt:

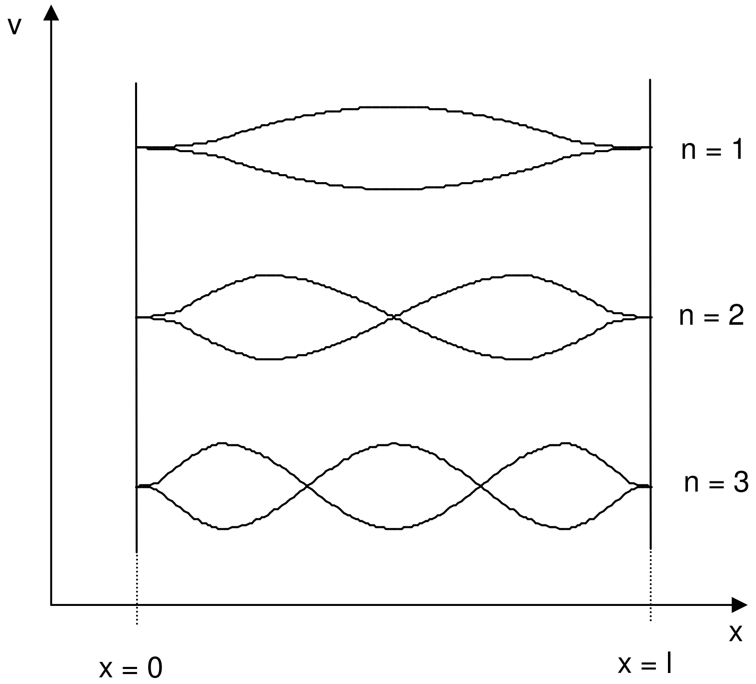


Abbildung 2.2: Schwingungsformen bei fester Einspannung

Abszisse: Schallschnelle in Querrichtung des Balkens
Ordinate: Position auf dem Balken (in Abhängigkeit von x)

In Abbildung 2.2 erkennt man, dass die Schnelleverteilung nicht mehr streng sinusförmig ist. Im Gegensatz zur gelenkigen Lagerung kommt es durch die feste Einspannung zu einem „Anschmiegen“ der Randzonen im Bereich der Lagerung.

Für die Biegeeigenfrequenzen eines eindimensionalen endlichen Mediums mit frei gelagerten Rändern gibt es ebenfalls keine exakte analytische Lösung. Da der eindimensionale Fall für die Durchführung dieser Diplomarbeit ohne Bedeutung ist, wird analog zu den fest eingespannten Rändern keine Näherungslösung zur Berechnung der Eigenfrequenzen angegeben.

In nachfolgender Abbildung sind die Schwingungsformen der ersten drei Eigenmoden eines eindimensionalen endlichen Mediums mit frei gelagerten Rändern dargestellt:

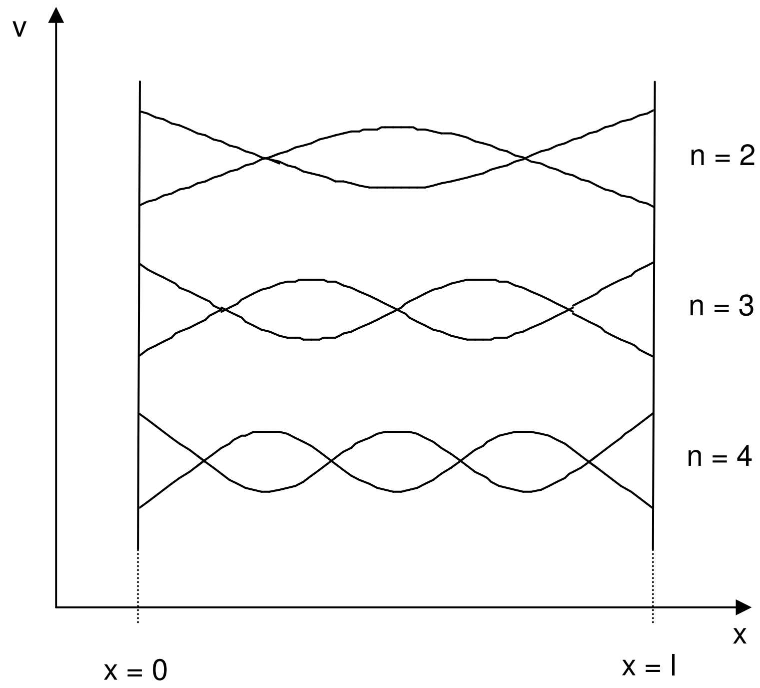


Abbildung 2.3: Schwingungsformen bei freier Lagerung

Abszisse: Schallschnelle in Querrichtung des Balkens
Ordinate: Position auf dem Balken (in Abhängigkeit von x)

In Abbildung 2.3 erkennt man, dass die erste Eigenmode bei $n = 2$ auftritt. Der Fall $n = 1$ entfällt, weil er entweder eine einseitige Verschiebung des Balkens, also eine Wechselbewegung seines Schwerpunktes bedeuten würde, wofür beim freien Balken die äußeren Kräfte fehlen, oder eine örtliche gleichsinnige, zeitlich wechselnde Drehung der Balkenelemente um den Mittelpunkt zur Folge hätte, wofür die äußeren Momente fehlen [3]. Dadurch kommt es zu keiner streng cosinusförmigen Schnelleverteilung auf dem Balken.

Bei dieser Diplomarbeit bilden Rechteckplatten die Grundlage der Untersuchungen. Es handelt sich somit um zweidimensionale Bauteile. Die Bestimmungsgleichung für die Biegeeigenfrequenzen einer gelenkig gelagerten Platte ergibt sich analog zum eindimensionalen Fall, mit dem Unterschied, dass hier eine zweite Dimension hinzukommt, d. h., es wird zwischen der Komponente in x-Richtung und der Komponente in y-Richtung differenziert.

Für die Biegeeigenfrequenzen einer Platte mit allseitig gelenkiger Lagerung der Ränder existiert nach [2] folgende analytische Lösung:

$$f_{nx,ny} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{B^{'}}{m^{''}}} \cdot \left[\left(\frac{n_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y} \right)^2 \right] \tag{2.11}$$

bzw.

$$f_{nx,ny} \approx 0{,}48 \cdot c_{Lo} \cdot h \cdot \left[\left(\frac{n_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y} \right)^2 \right] \tag{2.12}$$

$f_{nx,ny}$: Eigenfrequenzen der Platte $\left[\frac{1}{s} \right]$

$B^{'}$: Biegesteife der Platte je Breite nach Gleichung (2.4) $[Nm]$

$m^{''}$: Masse pro Flächeneinheit der Platte nach Gleichung (2.5) $\left[\frac{kg}{m^2} \right]$

n_x, n_y: Ordnung der Eigenfrequenzen; $n_x, n_y \in \mathrm{N} \backslash \{0\}$ $[-]$

l_x, l_y: Abmessungen der Platte $[m]$

c_{Lo}: Longitudinalwellengeschwindigkeit der Platte $\left[\frac{m}{s} \right]$

h: Plattendicke $[m]$

Für die Biegeeigenfrequenzen von Platten mit fest eingespannten Rändern oder frei gelagerten Rändern existieren analog zu den eindimensionalen Fällen keine analytischen Lösungen. In [4] werden diesbezüglich Näherungslösungen angegeben. Die Eigenfrequenzen einer Rechteckplatte mit fest eingespannten Rändern bzw. mit frei gelagerten Rändern können nach folgender Formel bestimmt werden:

$$f_{u,w} = \frac{k_{u,w}^2}{l_x^2} \cdot \sqrt{\frac{B^{'}}{m^{''}}} \tag{2.13}$$

mit: $$k_{u,w}^2 = \pi^2 \cdot \left\{ A_u^{*4} + \frac{l_x^4}{l_y^4} \cdot A_w^{*4} + 2 \cdot \frac{l_x^2}{l_y^2} \cdot \left[\mu \cdot B_u^* \cdot B_w^* + (1-\mu) \cdot C_u^* \cdot C_w^* \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{2.14}$$

$f_{u,w}$: Eigenfrequenzen der Platte $\left[\frac{1}{s}\right]$

u: Zahl der Knotenlinien parallel zur x-Achse einschließlich der eingespannten Ränder; $u \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

w: Zahl der Knotenlinien parallel zur y-Achse einschließlich der eingespannten Ränder; $w \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

μ: Querkontraktionszahl der Platte $[\mu]$

A^*: Koeffizient nach Tabelle 2.1 bzw. Tabelle 2.2 $[-]$

B^*: Koeffizient nach Tabelle 2.1 bzw. Tabelle 2.2 $[-]$

C^*: Koeffizient nach Tabelle 2.1 bzw. Tabelle 2.2 $[-]$

A*			B*			C*		
u/w = 1	u/w = 2	u/w ≥ 3	u/w = 1	u/w = 2	u/w ≥ 3	u/w = 1	u/w = 2	u/w ≥ 3
0	1,506	$u-0{,}5$	0	1,248	$A^{*2}-\frac{2A^*}{\pi}$	0	1,248	B

Tabelle 2.1: Werte der Koeffizienten A^*, B^*, C^* für die allseitig eingespannte Lagerung von Platten

A*			B*			C*		
u/w = 1	u/w = 2	u/w ≥ 3	u/w = 1	u/w = 2	u/w ≥ 3	u/w = 1	u/w = 2	u/w ≥ 3
0	1,506	$u-0{,}5$	0	1,248	$A^{*2}-\frac{2A^*}{\pi}$	$\frac{12}{\pi^2}$	5,017	$A^{*2}+\frac{6A^*}{\pi}$

Tabelle 2.2: Werte der Koeffizienten A^*, B^*, C^* für die allseitig freie Lagerung von Platten

Nach [5] liegen die Frequenzen der Moden bei fest eingespannten Rändern etwa 1,5 - 2 mal höher als bei gelenkig gelagerten Rändern.

2.3 Definition freier und erzwungener Biegewellen

Wie in Kapitel 2.2 bereits erwähnt, gibt es zwei unterschiedliche Arten von Biegewellen. Zum einen die freien Biegewellen, die in vielen Fällen auch nur als Biegewellen bezeichnet werden, und zum anderen die erzwungenen Biegewellen. In der englischsprachigen Literatur sind die freien Biegewellen als „resonant modes“ bekannt, die erzwungenen Biegewellen als „non-resonant modes“. Die Unterscheidung dieser beiden Wellenarten ist sehr wichtig, denn sie führen zu unterschiedlichen Abstrahlgraden.Freie Biegewellen werden in Platten durch punkt- oder linienförmige Kräfte erzeugt. Erzwungene Biegewellen entstehen auf Platten, wenn diese durch ein Luftschallfeld (schräger Schalleinfall) zu Biegeschwingungen angeregt werden. Die Bewegung der Platten folgt in diesem Fall der vom Luftschallfeld ausgeübten Flächenkraft. Durch die Reflexion der erzwungenen Biegewellen an Diskontinuitäten, wie z. B. Plattenrändern oder Versteifungen, werden dabei ebenfalls freie Biegewellen erzeugt, die den erzwungenen Biegewellen überlagert werden.
Zur Unterscheidung beider Biegewellenarten werden die freien Biegewellen in dieser Arbeit mit λ_B bezeichnet und die erzwungenen Biegewellen mit λ_{Be}.

2.4 Koinzidenzeffekt und Koinzidenzgrenzfrequenz

Biegewellen induzieren durch ihre Bewegung senkrecht zur Plattenoberfläche Luftschallwellen. Aufgrund der Dispersion von Biegewellen (siehe Gleichung (2.7)) ist das Verhältnis der Biegewellenlänge zur Luftschallwellenlänge frequenzabhängig. Stimmt die abgestrahlte Luftschallwellenlänge (bzw. deren Spur, d. h., die Komponente der Luftschallwelle parallel zur Plattenebene) mit der Biegewellenlänge überein, dann führt dies zu einer starken Schallabstrahlung. Diesen Effekt bezeichnet man als Koinzidenz und die dazugehörige Frequenz als Koinzidenzfrequenz. Die Koinzidenzfrequenz ist vom Abstrahlwinkel abhängig. Bei streifender Abstrahlung, d. h., bei einem Abstrahlwinkel von $\vartheta = 90°$ (bezogen auf die Flächennormale) ergibt sich die niedrigst mögliche Koinzidenzfrequenz, die sogenannte Koinzidenzgrenzfrequenz f_g. Physikalisch bedeutet dies, dass die induzierte Luftwelle parallel zu der Biegewelle auf der Platte fortschreitet. Es gilt somit: $\lambda_B = \lambda_L$ bzw. $c_B = c_L$.
Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz tritt ein Maximum der Schallabstrahlung auf. Die Koinzidenzgrenzfrequenz ist von großer Bedeutung, da oberhalb dieser Frequenz grundsätzlich andere Gesetzmäßigkeiten für die Schallabstrahlung bestehen als unterhalb.

Die Koinzidenzgrenzfrequenz berechnet sich nach [3] zu:

$$f_g = \frac{c_L^2}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{m''}{B'}} \tag{2.15}$$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz $[Hz]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

m'' : Masse pro Flächeneinheit der Platte nach Gleichung (2.5) $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$

B' : Biegesteife der Platte je Breite nach Gleichung (2.4) $[Nm]$

Aus Gleichung (2.3) und Gleichung (2.15) ergibt sich folgende Beziehung:

$$c_B = c_L \cdot \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{2.16}$$

c_B : Biegewellengeschwindigkeit der Platte nach Gleichung (2.3) $\left[\frac{m}{s}\right]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

2.5 Biegeweiche bzw. biegesteife Platten

Die Lage der Koinzidenzgrenzfrequenz f_g einer Platte, bezogen auf den betrachteten Frequenzbereich, entscheidet darüber, ob eine Platte als biegeweich oder als biegesteif einzustufen ist. Platten, für die im betrachteten Frequenzbereich $f < f_g$ ist, bezeichnet man als biegeweich. Platten, für die im betrachteten Frequenzbereich $f_g < f$ ist, bezeichnet man hingegen als biegesteif. Platten sollten im Bauwesen stets so dimensioniert sein, dass die Koinzidenzgrenzfrequenz außerhalb des bauakustischen Frequenzbereichs liegt.

Gilt für eine Platte $f_g > 1600 Hz$, dann stuft man diese als ausreichend biegeweich ein [6], gilt hingegen $f_g < 200 Hz$, dann ist sie als ausreichend biegesteif einzustufen. Liegt die Koinzidenzgrenzfrequenz im Frequenzbereich dazwischen, dann ist die Platte weder ausreichend biegeweich, noch ausreichend biegesteif und daher als bauakustisch ungünstig zu beurteilen.

3 Schallabstrahlung von Platten

3.1 Unendliche Platten

3.1.1 Freie Biegewellen

a) ohne Dämpfung

Zunächst wird eine unendlich große Platte betrachtet, die zu ebenen ungedämpften Biegewellen angeregt wird. Deren prinzipielles Abstrahlverhalten lässt sich mit folgendem Bild visualisieren:

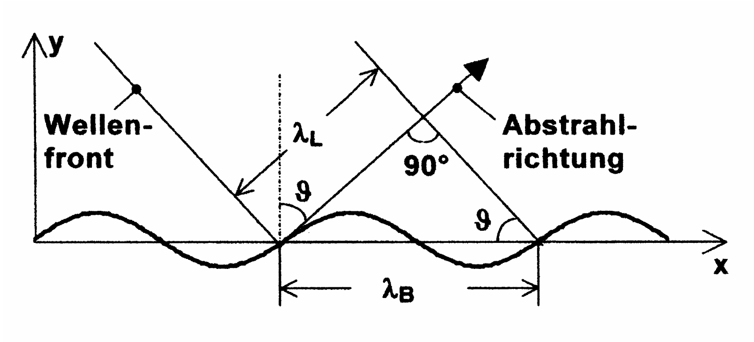


Abbildung 3.1: Schallabstrahlung durch eine ungedämpfte ebene Biegewelle auf einer unendlich großen Platte

ϑ : Abstrahlwinkel (bezogen auf Flächennormale)

λ_L : Luftschallwellenlänge

λ_B : Biegewellenlänge der Platte

Die Schallabstrahlung ist nach [7] demnach nur in solchen Richtungen möglich, für die folgende Beziehung erfüllt ist:

$$\frac{\lambda_L}{\lambda_B} = \sin(\vartheta) \tag{3.1}$$

$$\Rightarrow \vartheta = \arcsin\left(\frac{\lambda_L}{\lambda_B}\right) = \arcsin\left(\frac{c_L}{c_B}\right) \tag{3.2}$$

λ_L : Luftschallwellenlänge $[m]$

λ_B: Biegewellenlänge der Platte nach Gleichung (2.7) $[m]$

ϑ: Abstrahlwinkel (bezogen auf Flächennormale) $[°C]$

c_L: Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

c_B: Biegewellengeschwindigkeit der Platte nach Gleichung (2.3) $\left[\frac{m}{s}\right]$

Die Dispersion von Biegewellen führt dazu, dass diese Beziehung frequenzabhängig ist.
Mit Gleichung (2.16) ergibt sich Gleichung (3.2) zu:

$$\vartheta = \arcsin\left(\sqrt{\frac{f_g}{f}}\right) \tag{3.3}$$

f_g: Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

f: Frequenz $[Hz]$

Der Abstrahlwinkel nimmt mit wachsender Frequenz ab. Der größte Wert von $\vartheta = 90°$ (streifende Abstrahlung parallel zur Plattenoberfläche) wird für $f = f_g$ erreicht, wo es zu einer maximalen Abstrahlung kommt (siehe Kapitel 2.4). In allen anderen Richtungen, die nicht dem Abstrahlwinkel entsprechen, löschen sich die von verschiedenen Flächenelementen ausgehenden Teilwellen im Mittel aus.
Betrachtet man Gleichung (3.1) und berücksichtigt, dass der Sinus stets ≤ 1 ist, dann ergibt sich für das Verhältnis aus Luft- und Biegewellenlänge die Beziehung $\lambda_B \geq \lambda_L$. Für die Luftschallwellenlänge gilt:

$$\lambda_L \sim \frac{1}{f}$$

Für die Biegewellenlänge gilt hingegen nach Gleichung (2.7):

$$\lambda_B \sim \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Aufgrund dessen ist der Fall $\lambda_L > \lambda_B$ durchaus möglich. Nach Gleichung (3.1) bzw. (3.2) existiert dafür allerdings kein Abstrahlwinkel. Gleicher Sachverhalt ergibt sich ebenfalls aus Gleichung (3.3), nach der nur für $f \geq f_g$ ein Abstrahlwinkel existiert, nicht aber für $f < f_g$. Dies lässt sich dadurch verstehen, dass es im Bereich $\lambda_L > \lambda_B$ aufgrund des sogenannten „hydrodynamischen Kurzschlusses" zu keiner Ausbildung eines Fernfeldes kommt, sondern sich nur ein Nahfeld ausbildet. Dabei findet zwischen benachbarten Wellenbergen (Hochdruckgebieten) und Wellentälern (Tiefdruckgebieten) der Biegewelle ein Druckausgleich statt (siehe Abbildung 3.2), d. h. die Luft wird lediglich von Wellenberg zu Wellental verschoben.

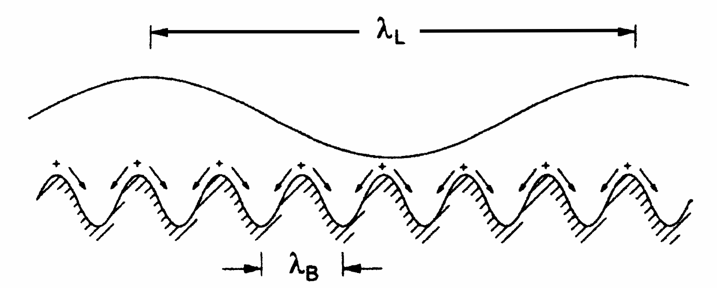


Abbildung 3.2: Veranschaulichung des akustischen Kurzschlusses an der Oberfläche eine Platte für $\lambda_L > \lambda_B$

λ_L: Luftschallwellenlänge

λ_B: Biegewellenlänge der Platte

Der Effekt des „hydrodynamischen Kurzschlusses" ist frequenzabhängig und tritt auf solange $\lambda_L > \lambda_B$ bzw. $f < f_g$ ist. Allgemein lassen sich somit drei Bereiche definieren:

1. Bereich: $f < f_g$ bzw. $\lambda_L > \lambda_B$

   Es gibt keinen Abstrahlwinkel, der Gleichung (3.1) erfüllt. Es findet sich somit für ein vorgegebenes λ_B auf der Platte kein „abstrahlfähiges" λ_L.

2. Bereich: $f = f_g$ bzw. $\lambda_B = \lambda_L$

   Dies ist die niedrigste Frequenz bei der Abstrahlung erfolgen kann ($\vartheta = 90°$).

3. Bereich: $f > f_g$ bzw. $\lambda_L < \lambda_B$

   Es findet sich für ein vorgegebenes λ_B auf der Platte bei einem entsprechenden Abstrahlwinkel ein „abstrahlfähiges“ λ_L.

Das theoretische Modell der Schallabstrahlung von einer unendlich großen und zu ungedämpften Biegewellen angeregten Platte ist der einzige analytisch geschlossen lösbare Fall und bildet eine gute Voraussetzung für das Verständnis der Biegewellenabstrahlung realer Platten. In diesem theoretischen Fall gilt nach [8] für den Abstrahlgrad:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda_L}{\lambda_B}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{f_g}{f}}} & \textit{für} \quad f > f_g \\ 0 & \textit{für} \quad f < f_g \end{cases} \tag{3.4}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

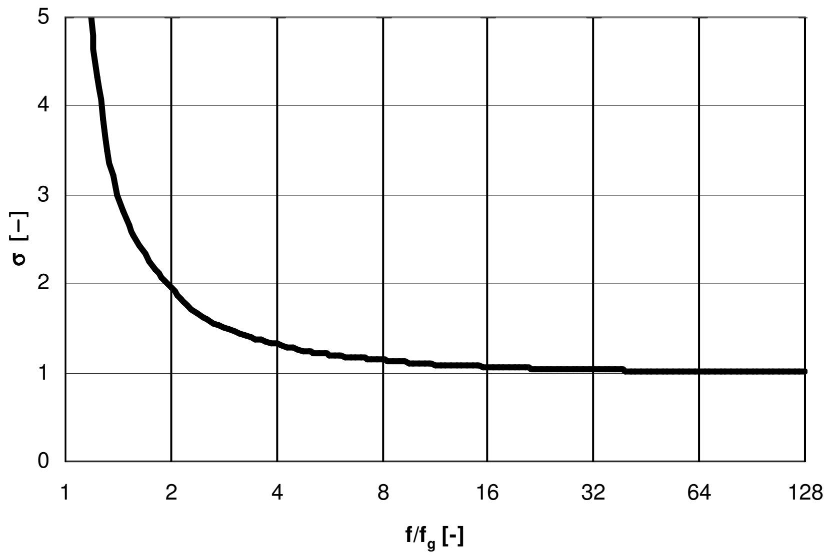


Abbildung 3.3: Abstrahlgrad σ freier Biegewellen auf einer unendlich großen ungedämpften Platte für $f \geq f_g$

Unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist bei dem theoretischen Modell der unendlich großen, ungedämpften Platte $(\eta = 0)$ ein vollständiger „hydrodynamischer Kurzschluss“ möglich. Aufgrund dessen wird im Bereich $f < f_g$ überhaupt keine Schallleistung abgestrahlt. Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz selbst wird der Abstrahlgrad aufgrund der nicht vorhandenen Dämpfung unendlich groß, sinkt jedoch, wie in Abbildung 3.3 zu erkennen ist, oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz relativ schnell ab und strebt gegen einen Abstrahlgrad von $\sigma = 1$.

b) mit Dämpfung

Ist eine unendlich große Platte nicht ungedämpft, sondern besitzt eine innere Dämpfung, wie dies bei realen Bauteilen der Fall ist, dann wirkt sich dies auf den Verlauf des Abstrahlgrades aus. Abhängig von der Frequenz ergibt sich folgendes Verhalten:
Unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist der „hydrodynamische Kurzschluss" nicht mehr vollständig. Die Ursache dafür ist, dass der Druckausgleich wegen der vorhandenen Plattendämpfung, und der daraus resultierenden ungleichen Schwingungsamplituden der Platte, nicht mehr ideal ist. Dies hat zur Folge, dass auch in diesem Frequenzbereich Schall abgestrahlt wird. Generell nimmt die abgestrahlte Schallleistung, und damit auch der Abstrahlgrad, ausgehend von der Koinzidenzgrenzfrequenz zu tiefen Frequenzen hin stetig ab, denn der „hydrodynamische Kurzschluss" ist umso effektiver, je kleiner die Frequenz in Bezug auf die Koinzidenzgrenzfrequenz ist. Der exakte Verlauf des Abstrahlgrades ist dabei abhängig von der Dämpfung bzw. dem Verlustfaktor η der Platte.

Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz erreicht der Abstrahlgrad zwar immer noch ein Maximum und nimmt zum Teil weiterhin Werte an, die deutlich größer sind als eins, er hat aber im Gegensatz zum ungedämpften Fall immer einen endlichen Wert. Die Größe dieses Wertes ist abhängig von der Stärke der Plattendämpfung.
Oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz sinkt der Abstrahlgrad weiterhin relativ schnell ab und nimmt einen Wert von $\sigma \approx 1$ an. Die Stärke der Plattendämpfung hat einen Einfluss darauf, wie schnell der Abstrahlgrad absinkt. Wenn $\sigma \approx 1$ ist, bedeutet dies, dass eine Platte etwa gleich viel abstrahlt, wie eine konphas schwingende Platte.

Folgendes Bild zeigt den prinzipiellen Verlauf:

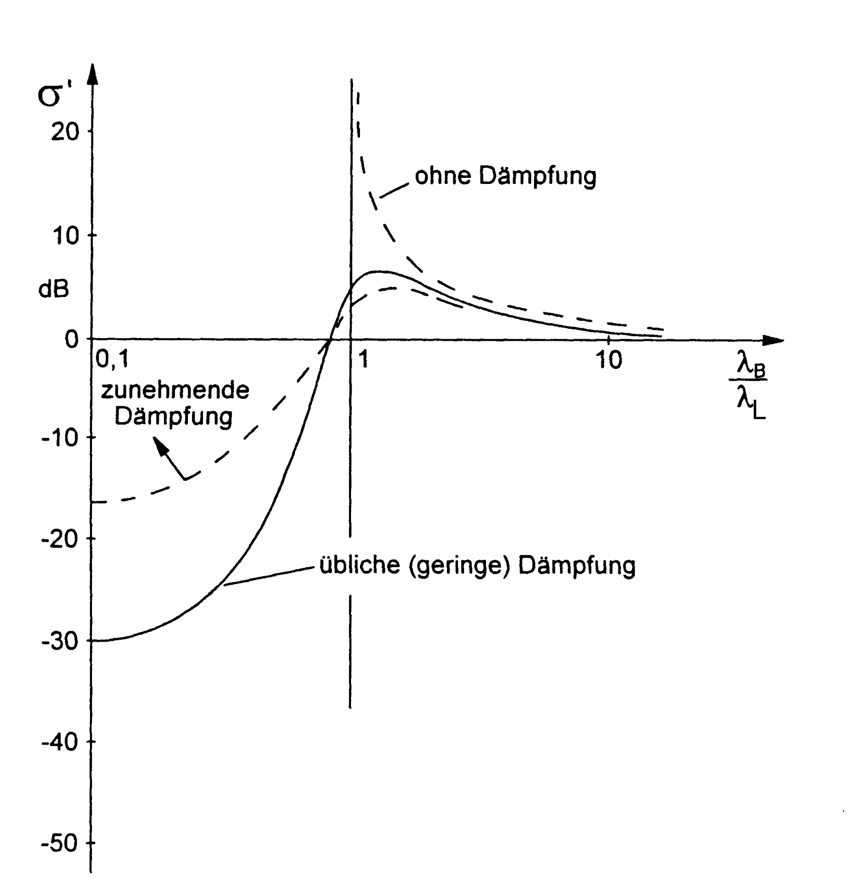


Abbildung 3.4: Abstrahlmaß σ' freier Biegewellen auf einer großflächigen Platte in Abhängigkeit vom Verhältnis $\frac{\lambda_B}{\lambda_L}$

λ_B: Biegewellenlänge der Platte

λ_L: Luftschallwellenlänge

3.1.2 Erzwungene Biegewellen

Trifft eine ebene Luftschallwelle unter einem Winkel ϑ (bezogen auf die Flächennormale) auf eine Platte, dann prägt sich die Wellenstruktur der einfallenden Luftschallwelle der Platte auf und erzeugt auf diese Weise eine erzwungene Biegewelle, die mit der gleichen Frequenz schwingt, wie die Luftschallwelle. Auf der anderen Plattenseite wird eine Luftschallwelle unter einem Winkel abgestrahlt, der mit dem Einfallswinkel übereinstimmt. Bei erzwungenen

Biegewellen ist nicht die freie Biegewellelänge λ_B die akustisch maßgebliche Größe, sondern die Spurwellenlänge λ_{Sp} der einfallenden Luftschallwelle. Unter der Spurwellenlänge versteht man die Wellenlängenkomponente der Luftschallwelle parallel zur Plattenebene.

Folgendes Bild verdeutlicht die Situation:

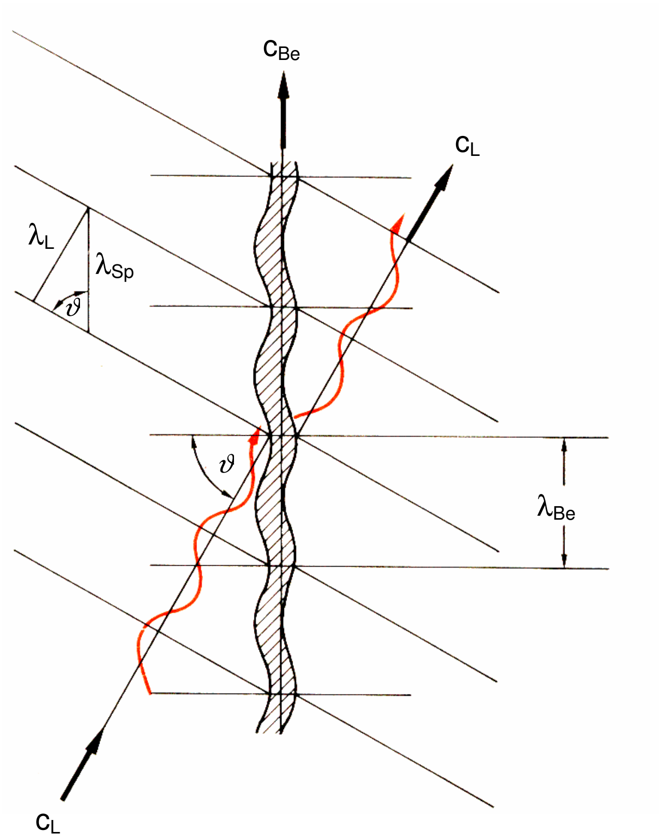


Abbildung 3.5: Erzwungene Biegewelle (mit Spurwellenlänge λ_{Sp}) durch einfallende Luftschallwelle und abgestrahlte Luftschallwelle

λ_L : Luftschallwellenlänge

λ_{Sp} : Spurwellenlänge

λ_{Be} : Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle $(\lambda_{Be} = \lambda_{Sp})$

c_L : Luftschallwellengeschwindigkeit

c_{Be} : Ausbreitungsgeschwindigkeit der erzwungenen Biegewelle

ϑ : Einfalls- bzw. Abstrahlwinkel (bezogen auf Flächennormale)

Für die Spurwellenlänge gilt:

$$\lambda_{Sp} = \frac{\lambda_L}{\sin(\vartheta)} \tag{3.5}$$

λ_{Sp}: Spurwellenlänge $[m]$

λ_L: Luftschallwellenlänge $[m]$

ϑ: Einfalls- bzw. Abstrahlwinkel (bezogen auf Flächennormale) $[°]$

Die Spurwellenlänge λ_{Sp} ist identisch mit der Wellenlänge λ_{Be} der erzwungenen Biegewelle. Wegen $\sin(\vartheta) \leq 1$ gilt daher stets $\lambda_{Be} \geq \lambda_L$, sodass bei erzwungenen Biegewellen ähnliche Verhältnisse herrschen, wie dies bei freien Biegewellen oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz f_g der Fall ist. Für den Abstrahlgrad erzwungener Biegewellen gilt daher analog zu Gleichung (3.4):

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_L}{\lambda_{Sp}}\right)^2}} \tag{3.6}$$

σ: Abstrahlgrad $[-]$

In Kombination mit Gleichung (3.5) und dem trigonometrischen Pythagoras ergibt sich:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_L}{\lambda_{Sp}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\vartheta)}} = \frac{1}{\cos(\vartheta)} \tag{3.7}$$

Der Abstrahlgrad erzwungener Biegewellen ist im Gegensatz zu freien Biegewellen frequenzunabhängig und stets ≥ 1.
Die größten Werte ergeben sich für einen Abstrahlwinkel von $\vartheta = 90°$ (streifende Schallabstrahlung parallel zur Plattenoberfläche). Für kleine Abstrahlwinkel nimmt der Abstrahlgrad den Wert $\sigma = 1$ an.

3.2 Endliche Platten

3.2.1 Freie Biegewellen

Bei endlichen Platten ist der Druckausgleich an den Rändern gestört. Dies ist gleichbedeutend mit einer Störung des „hydrodynamischen Kurzschlusses“ an den Rändern. Diese Störung des Biegewellennahfeldes an den Rändern führt dazu, dass es an diesen Stellen zu einer Abstrahlung von Schallleistung kommt.
Folgendes Bild visualisiert die Situation:

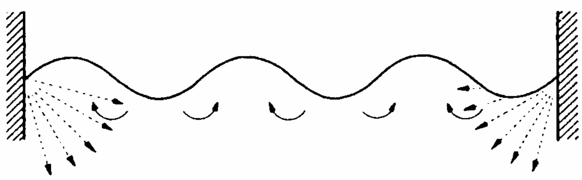


Abbildung 3.6: Abstrahlverhalten von Platten mit endlicher Fläche

Prinzipiell ist bei endlichen Platten unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ein ähnlicher Verlauf des Abstrahlgrades zu erwarten, wie bei unendlich großen, gedämpften Platten (siehe Kapitel 3.1.1). Der exakte Verlauf hängt jedoch, vorausgesetzt es handelt sich um schwach gedämpfte Platten (siehe Kapitel 3.3), von den Randeigenschaften ab, d. h., die Lagerungsart der Platten an den Rändern und die Größe der Randfläche spielen dabei eine wichtige Rolle. Fast alle in der Literatur vorhandenen Berechnungsmodelle, mit denen man den Abstrahlgrad von endlichen Platten bestimmen kann, basieren auf einer punkt- bzw. linienförmigen Anregung der Platten. Die Plattendämpfung, die bei unendlichen, gedämpften Platten ausschlaggebend ist für den exakten Verlauf des Abstrahlgrades unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz, ist bei endlichen, schwach gedämpften Platten zwar auch von Bedeutung, aber im Vergleich zur Randabstrahlung im allgemeinen weniger wichtig. Deshalb taucht bei den in Kapitel 4 zusammengestellten Modellen aus der Literatur für mechanisch angeregte, endliche Platten der Verlustfaktor η in den Bestimmungsgleichungen für den Abstrahlgrad σ nicht auf. Die Randabstrahlung wird in diesen Berechnungsgleichungen über die Abmessungen der Platten berücksichtigt.
Oberhalb der Koinzidenz verhält sich der Abstrahlgrad freier Biegewellen bei endlichen Platten ähnlich wie bei schwach gedämpften unendlichen Platten: Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz f_g erreicht der Abstrahlgrad sein Maximum, darüber sinkt er relativ schnell ab und nimmt einen Wert von $\sigma \approx 1$ an.

3.2.2 Erzwungene Biegewellen

Analog zu erzwungenen Biegewellen auf unendlich großen Platten prägt sich bei einer endlichen Platte die Wellenstruktur, der unter einem Winkel ϑ (bezogen auf die Flächennormale) einfallenden Luftschallwelle, der Platte auf und erzeugt auf der Platte eine erzwungene Biegewelle, die mit gleicher Frequenz schwingt wie die Luftschallwelle, und deren Wellenlänge mit der Spurwellenlänge der Luftschallwelle übereinstimmt (siehe Kapitel 3.1.2):

$$\lambda_{Be} = \lambda_{Sp} = \frac{\lambda_L}{\sin(\vartheta)} \tag{3.8}$$

λ_{Be}: Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle $[m]$

λ_{Sp}: Spurwellenlänge $[m]$

λ_L: Luftschallwellenlänge $[m]$

ϑ: Einfalls- bzw. Abstrahlwinkel (bezogen auf Flächennormale) $[°]$

Im Gegensatz zu unendlich großen Platten werden bei den endlichen Platten durch die Reflexion der erzwungenen Biegewellen an den Plattenrändern zusätzlich freie Biegewellen erzeugt, die den erzwungenen Biegewellen überlagert werden. Beide Biegewellenarten haben bei der gleichen Frequenz unterschiedliche Wellenlängen.

Diese betragen im Fall von erzwungenen Biegewellen bei Kombination von $c_L = f \cdot \lambda_L$ mit Gleichung (3.8)

$$\lambda_{Be} = \frac{\lambda_L}{\sin(\vartheta)} = \frac{c_L}{f \cdot \sin\vartheta} \tag{3.9}$$

c_L: Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

f: Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

und bei freien Biegewellen entsprechend Gleichung (2.7)

$$\lambda_B = \frac{c_B}{f} = \sqrt{\frac{2\pi}{f}} \cdot \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} \tag{3.10}$$

λ_B: Biegewellenlänge der Platte nach Gleichung (2.7) $[m]$

c_B: Biegewellengeschwindigkeit der Platte nach Gleichung (2.3) $\left[\frac{m}{s}\right]$

B': Biegesteife der Platte je Breite nach Gleichung (2.4) $[Nm]$

m'': Masse pro Flächeneinheit der Platte nach Gleichung (2.5) $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$

Stimmt die Wellenlänge der erzwungenen Biegewelle mit der Wellenlänge der freien Biegewelle überein, dann führt dies zu dem bereits erwähnten Effekt der Koinzidenz (siehe Kapitel 2.4).

Bei Luftschallanregung endlicher Platten liegt also auf den Platten ein Gemisch aus freien und erzwungenen Biegewellen vor. Der Anteil der freien und der erzwungenen Biegewellen hängt dabei von den Plattenabmessungen und der Größe der Plattendämpfung ab. Deshalb können über den Abstrahlgrad unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz und bei der Koinzidenzgrenzfrequenz keine allgemein gültigen Aussagen gemacht werden.

Oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist der Abstrahlgrad wenig frequenzabhängig, sodass nach [9] in den meisten Fällen mit genügender Genauigkeit ein Mittelwert von $\sigma \approx 1$ für alle Frequenzen mit $f > f_g$ verwendet werden kann.

3.3 Einfluss der Plattendämpfung bei freien Biegewellen

Bei allen bisher angeführten Betrachtungen zu freien Biegewellen auf Platten wurde der Bereich um die Anregestelle außer acht gelassen. Eine Punktkraft bzw. Punktquelle erzeugt nicht nur eine fortlaufende Biegewelle, vielmehr entsteht in der Nähe der Anregestelle auch ein exponentiell abklingendes Biegewellennahfeld. Dieses Nahfeld bewirkt eine Schall-abstrahlung und hat somit insbesondere Einfluss auf die Schallleistung, die unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz abgestrahlt wird. Die Schallabstrahlung des Biegewellennahfeldes ist zwar gering, kann jedoch im allgemeinen nicht ohne weiteres vernachlässigt werden. Im Fall von endlichen Platten ergibt sich folgendes Bild:

Bei einer punktförmig angeregten endlichen Platte setzt sich nach [10] die gesamte unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz abgestrahlte Schallleistung aus der Abstrahlung von den Rändern und der Abstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle zusammen. Bei der in Kapitel 3.2.1 beschriebenen Randabstrahlung von endlichen Platten wurden, wie erwähnt, schwach gedämpfte Platten vorausgesetzt. Dies stellt eine wichtige Einschränkung dar. Ein Großteil der Modelle aus der Literatur (siehe Kapitel 4) betrachtet lediglich die Randabstrahlung und vernachlässigt die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle. Dieses Vorgehen ist nach [11] legitim, solange die Platten nur schwach gedämpft sind, denn nach [10] wird in diesem Fall die gesamte abgestrahlte Schallleistung durch die Randabstrahlung bestimmt, und die Abstrahlung von dem stets vorhandenen Biegewellennahfeld im Bereich der Anregestelle kann vernachlässigt werden. Bei stark gedämpften Platten ist die Situation umgekehrt. In diesem Fall werden die sich ausbildenden Biegewellen bereits in unmittelbarer Nähe der Anregestelle stark gedämpft. Die Abstrahlung von den Rändern kann aus diesem Grund, vorausgesetzt die Anregestelle befindet sich nicht in unmittelbarer Nähe der Plattenränder, vernachlässigt werden und die abgestrahlte Schallleistung wird im Wesentlichen durch die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der punktförmigen Anregestelle hervorgerufen. Die Schallabstrahlung des Biegewellennahfeldes ist zwar, wie bereits erwähnt, eigentlich gering, kann jedoch in Verbindung mit einem großen Anregungspegel zu einer nicht unbeträchtlichen abgestrahlten Schallleistung führen. Zwischen diesen beiden Grenzfällen existiert ein Übergangsbereich, in dem sowohl die Ränder, als auch das Biegewellennahfeld um die Anregestelle zur Abstrahlung beitragen. Für eine Platte, die durch eine Linienquelle angeregt wird, gilt dieser beschriebene Sachverhalt in analoger Weise.

Viele Autoren beschränken die Gültigkeit ihrer Modelle auf schwach gedämpfte Platten. Die meisten Autoren geben jedoch keinerlei Hinweis darauf, wann eine Platte ausreichend schwach gedämpft ist, um die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle vernachlässigen zu können. Lediglich Heckl gibt diesbezüglich in [10] ein Kriterium an:

Gilt für eine punktförmig angeregte Platte die Beziehung

$$k_B^2 \cdot S \cdot \eta < 32 \tag{3.11}$$

bzw.

$$\frac{4\pi^2}{\lambda_B^2} \cdot S \cdot \eta < 32\,, \tag{3.12}$$

k_B : Biegewellenzahl der Platte nach Gleichung (2.8) $\left[\frac{1}{m}\right]$

S : Plattenfläche $\left[m^2\right]$

η : Verlustfaktor des Plattenmaterials $[-]$

λ_B : Biegewellenlänge der Platte nach Gleichung (2.7) $[m]$

dann gilt die Platte als schwach gedämpft, und die Randabstrahlung ist dominant.
Gilt hingegen

$$k_B^2 \cdot S \cdot \eta > 32 \tag{3.13}$$

bzw.

$$\frac{4\pi^2}{\lambda_B^2} \cdot S \cdot \eta > 32\,, \tag{3.14}$$

dann ist die Platte stark gedämpft und die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes um die Anregestelle dominiert. Je größer die Dämpfung ist, die eine Biegewelle auf ihrem Weg durch die Platte von der Anregestelle zu Rändern erfährt, desto geringer ist die verbleibende Amplitude der Welle am Rand, und umso geringer ist der Einfluss der Randabstrahlung gegenüber der Abstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle.
Aufgrund dieser Tatsache wird das von Heckl gewählte Kriterium bei Betrachtung von Gleichung (3.12) bzw. Gleichung (3.14) verständlich:

Einfluss der Fläche S

- Je größer die Fläche einer Platte ist, desto kleiner muss die Dämpfung sein, damit der Randeinfluss dominant ist (siehe Gleichung (3.12)).
- Je kleiner die Fläche einer Platte ist, desto größer muss die Dämpfung sein, damit das Biegewellennahfeld um die Anregestelle dominant ist (siehe Gleichung (3.14)).

Einfluss der Biegewellenlänge λ_B

Tiefe Frequenzen (große Wellenlängen) erfahren allgemein beim Durchlaufen einer bestimmten Wegstrecke in einem Medium eine geringere Dämpfung, als höhere Frequenzen (kleinere Wellenlängen).

Dies zeigt sich auch in folgender Formel, welche die Ausbreitungsdämpfung von Biegewellen beschreibt [2]:

$$\Delta L = 13{,}6 \cdot \eta \cdot \frac{l_A}{\lambda_B} \tag{3.15}$$

ΔL: Pegelabnahme $[dB]$

l_A: Ausbreitungsstrecke $[m]$

- Je größer die Biegewellenlänge (je tiefer die Frequenz) ist, desto größer kann die Dämpfung sein, ohne dass der Randeinfluss seine dominante Rolle verliert (siehe Gleichung (3.12)).
- Je kleiner die Biegewellenlänge (je höher die Frequenz) ist, desto kleiner kann die Dämpfung sein, ohne dass das Biegewellennahfeld um die Anregestelle seine dominante Rolle verliert (siehe Gleichung (3.14)).

Für linienförmig angeregte Platten gibt Heckl ebenfalls ein Unterscheidungskriterium an:
Solange die Beziehung

$$k_B \cdot l \cdot \eta < 2 \tag{3.16}$$

bzw.

$$\frac{2\pi}{\lambda_B} \cdot l \cdot \eta < 2, \tag{3.17}$$

l: Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

erfüllt ist, gilt die Platte als schwach gedämpft und die Randabstrahlung ist dominant.
Gilt hingegen

$$k_B \cdot l \cdot \eta > 2 \tag{3.18}$$

bzw.

$$\frac{2\pi}{\lambda_B} \cdot l \cdot \eta > 2, \tag{3.19}$$

dann ist die Platte stark gedämpft und die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes um die Anregestelle dominiert.

4 Berechnungsmodelle aus der Literatur

In der Vergangenheit haben sich bereits verschiedene Autoren mit dem Thema des Abstrahlgrades von Platten auseinander gesetzt. In diesem Kapitel werden die aus der Literatur bekannten theoretischen Modelle für mechanisch angeregte, endliche isotrope Rechteckplatten, unterteilt nach ihren Anwendungsgebieten, beschrieben und dargestellt. Teilweise werden bezüglich dieser Modelle bereits kleine Variationen vorgenommen. All diesen Modellen ist gemeinsam, dass sie von einer punkt- bzw. linienförmigen Anregung der Platten ausgehen, d. h. sie betrachten die Ausbreitung freier Biegewellen auf Platten. Der Großteil der Modelle basiert dabei auf einer punktförmigen Anregung der Platten. Prinzipiell gelten diese Modelle sowohl für biegeweiche, als auch für biegesteife Platten. Angewendet werden sie in dieser Diplomarbeit für biegeweiche Platten. Allen Modellen liegt zugrunde, dass sich die schwingende Platte inmitten eines sehr großen starren Schallschirmes befindet. Dadurch erfolgt die Schallabstrahlung in den vorderen Halbraum unbeeinflusst von den akustischen Vorgängen im hinteren Halbraum. An den Rändern wird die Ausbildung des „hydrodynamischen Kurzschlusses“ unterbunden. Folglich ist der Schallschirm von grundlegender Bedeutung, denn er hat in großem Maße Einfluss darauf, welche Schallleistung in den jeweiligen Halbraum abgestrahlt wird. Somit wird implizit eine weitere Gemeinsamkeit der Modelle deutlich. Sie betrachten alle die Schallleistung, die in den Halbraum abgestrahlt wird. Eine Ausnahme bildet dabei lediglich das Modell von Heckl (siehe Kapitel 4.2.1.1.9). Im Versuch lässt sich das Gedankenmodell einer schwingenden Platte inmitten eines starren Schallschirmes am besten dadurch nachbilden, dass die Platte in einen Ausschnitt einer großen schweren Wand eingebaut wird.

Im Bereich der Koinzidenzgrenzfrequenz f_g treffen bei allen Berechnungsmodellen drei „Bereiche“ mit unterschiedlichen Berechnungsformeln aufeinander. Die Berechnungsformeln unterhalb und oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz liefern in der Nähe dieser Frequenz Werte für den Abstrahlgrad, die zum Teil viel größer sind, als der Abstrahlgrad bei der Koinzidenzgrenzfrequenz selbst. Deshalb wird im Bereich der Koinzidenzgrenzfrequenz eine frequenzunabhängige Gerade eingefügt. Der Wert dieser Geraden ist identisch mit dem Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz. Diese Gerade stellt die obere Grenze des Abstrahlgrades dar. Für die Bereiche, in denen die Berechnungsformeln unterhalb und oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz Werte liefern, die größer sind, als der Wert dieser Geraden, beschreibt diese Gerade den Verlauf des Abstrahlgrades. Dadurch wird verhindert, dass sich Werte für den Abstrahlgrad ergeben, die größer sind als der Abstrahlgrad bei der Koinzidenzgrenzfrequenz.

Um den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades für die einzelnen Berechnungsmodelle zu visualisieren, wird der Abstrahlgradverlauf in diesem Kapitel jeweils anhand einer Referenzplatte für die verschiedenen Modelle dargestellt. Dabei handelt es sich um eine 1,83 x 0,835 x 0,012 m³ große Gipskartonbauplatte. Dargestellt wird der Bereich von 50 - 5000 Hz, und zwar in 1/12-Oktaven. Die für die Gipskartonbauplatte eingesetzten Materialkennwerte sind in Anhang B Tabelle B.1 dargestellt.

4.1 Übersicht

Modellbezeichnung (in dieser Diplomarbeit)	Kapitel	Randeinspannung			Anregungsart		Dämpfung	
		gelenkig	fest	frei	punkt-förmig	linien-förmig	schwach	stark
Maidanik	4.2.1.1.1/ 4.2.1.2.1	x	x		x		x	
Price & Crocker	4.2.1.1.2/ 4.2.1.2.2	x	x		x		x	
Leppington	4.2.1.1.3/ 4.2.1.2.3	x	x		x		x	
Ver & Holmer	4.2.1.1.4/ 4.2.1.2.4	x	x		x		x	
Föller	4.2.1.1.5	x			x		x	
Kollmann	4.2.1.1.6	x			x		x	
Cremer & Heckl	4.2.1.1.7/ 4.3.1.1.1	x			x	x	x	
Timmel - Cremer & Heckl	4.2.1.1.8	x			x		x	
Timmel - Price & Crocker	4.2.1.1.8/ 4.2.1.2.5	x	x		x		x	
Timmel - Leppington	4.2.1.1.8/ 4.2.1.2.5	x	x		x		x	
Heckl	4.2.1.1.9/ 4.2.2/ 4.3.1.1.2/ 4.3.2	x			x	x	x	x
Gösele	4.3.1.1.3/ 4.3.1.2	x		x		x	x	

Tabelle 4.1: Gültigkeitsbereich der in Kapitel 4 vorgestellten Modelle

4.2 Modelle für punktförmig angeregte Platten

In diesem Teilkapitel werden jene Modelle vorgestellt, die auf einer punktförmigen Anregung der Platten basieren. Folglich handelt dieses Teilkapitel von der Beschreibung des zweidimensionalen Schwingungsfalles einer Platte. Es wird dabei zwischen schwach gedämpften Platten und stark gedämpften Platten unterschieden. Der Großteil der aus der Literatur bekannten Modelle beruht auf diesem Anregungsfall.

4.2.1 Schwach gedämpfte Platten

Mit einer Ausnahme gehen alle Autoren bei ihren Untersuchungen von schwach gedämpften Platten aus. Sie betrachten also vor allem die Schallleistung, die von den Rändern der Platten abgestrahlt wird (siehe Kapitel 3.2.1). Demzufolge kommt der Lagerungsart der Platten eine große Bedeutung zu. Im Folgenden werden die Modelle für schwach gedämpfte Platten, unterteilt nach der Art ihrer Lagerung an den Rändern, vorgestellt.

4.2.1.1 Gelenkige Lagerung

4.2.1.1.1 Modell von Maidanik

Die grundlegendste Arbeit bezüglich des Abstrahlgrades von Platten wurde von Gideon Maidanik entwickelt und im Jahr 1962 veröffentlicht [12]. Diese Arbeit bildete die Grundlage für zahlreiche andere Autoren, die sich ebenfalls mit dem Abstrahlgrad von Platten beschäftigt haben. Maidanik untersucht darin mit Hilfe von Kreuzkorrelationsfunktionen den Strahlungswiderstand von gelenkig gelagerten Rechteckplatten, welche in Einzelschwingungsformen schwingen. Der Zusammenhang zwischen dem Strahlungswiderstand und dem Abstrahlgrad ist durch folgende Beziehung gegeben:

$$\sigma = \frac{R_{rad}}{\rho_0 \cdot c_0 \cdot S} \tag{4.1}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

R_{rad}: Strahlungswiderstand $\left[\frac{Ns}{m}\right]$

$\rho_0 \cdot c_0$: Schallkennimpedanz der Luft $\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$ ($\approx 408\frac{Ns}{m^3}$ bei 20°C)

S: Fläche der Platte $\left[m^2\right]$

Den Übergang von den Einzelschwingungsformen zu einer „multimodalen“ Schwingungsform auf den Platten, deren Schwingungszustand durch ein Körperschall-Hallfeld beschrieben werden kann, vollzieht Maidanik unter der Annahme der Energie-Gleichverteilung in den Eigenformen und einer genügend großen Eigenfrequenzdichte indem er die für die Eigenformen gefundenen Strahlungswiderstände über Kreisbogenabschnitte im Wellenzahlraum integriert [13]. Auf diese Weise tragen alle Plattenmoden zur Schallabstrahlung bei. Maidanik geht somit von einer mechanischen Breitbandanregung aus, was durch eine punktförmige Anregung annähernd gewährleistet ist.

Im Frequenzbereich $\frac{1}{2}\cdot k_L \cdot a << 1$, $\frac{1}{2}\cdot k_L \cdot b << 1$, d. h. für $f << f_g$ gilt:

$$\sigma = \frac{4}{\pi^4}\cdot\frac{U\cdot\lambda_g}{S}\cdot\left(\frac{f}{f_g}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{für} \quad f << f_g \tag{4.2}$$

k_L: Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

a, b: Plattenabmessungen $[m]$

f: Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g: Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

σ: Abstrahlgrad $[-]$

U: Plattenumfang $[m]$

λ_g: Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S: Plattenfläche $\left[m^2\right]$

Im Frequenzbereich $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a > 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b > 1$ gilt:

$$\sigma = \begin{cases} \frac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_1(\alpha) + \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) & \text{für} \quad f < f_g \\ \sqrt{\frac{a}{\lambda_g}} + \sqrt{\frac{b}{\lambda_g}} & \text{für} \quad f = f_g \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_g}{f}}} & \text{für} \quad f > f_g \end{cases} \tag{4.3}$$

mit: $$g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{4}{\pi^4} (1 - 2 \cdot \alpha^2) \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \sqrt{1 - \alpha^2}} & \text{für} \quad f < 0{,}5 \cdot f_g \\ 0 & \text{für} \quad f > 0{,}5 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.4}$$

$$g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(1 - \alpha^2) \cdot \ln\left(\frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)}\right) + 2 \cdot \alpha}{(1 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{4.5}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.6}$$

λ_L: Luftschallwellenlänge $[m]$

<u>*Anmerkung:*</u>

Maidanik gibt in seiner Veröffentlichung für den Bereich $f > f_g$ die Formel $\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f}{f_g}}}$ an.

Dabei ist Maidanik offensichtlich ein Fehler unterlaufen und er hat die beiden Frequenzen im Nenner vertauscht. In Gleichung (4.3) wird deshalb unmittelbar die korrekte Form verwendet.

Trägt man den Abstrahlgrad für die von Maidanik definierten Bereiche über der Frequenz auf (siehe Abbildung 4.1, „Maidanik-original“), ergibt sich zwischen den beiden Frequenzbereichen, welche durch die Gleichungen (4.2) und (4.3) repräsentiert werden, eine große Differenz. Der Abstrahlgrad fällt nach Gleichung (4.3) zunächst von $f = f_g$ zu tiefen Frequenzen hin ab, steigt dann aber wieder an und soll schließlich in den durch Gleichung (4.2) gegebenen Ausdruck übergehen. Wie dieser Übergang erfolgen soll, dazu macht Maidanik keine näheren Angaben. Der Anstieg wird durch den 1. Term des Ausdrucks für $f < f_g$ in Gleichung (4.3), der $g_1(\alpha)$ beinhaltet, verursacht. Dieser verhält sich für kleine α wegen $\lambda_L \sim \frac{1}{f}$ und $\alpha \sim \sqrt{f}$ wie

$$\frac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_1(\alpha) \approx \frac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot \frac{4}{\pi^4 \cdot \alpha} \sim \frac{1}{f \cdot \sqrt{f}} = f^{-\frac{3}{2}},$$

hat also eine Steigung von $-4{,}5\ dB/Oktave$. Der Verlauf des Abstrahlgrades nach Maidanik ist nicht zufriedenstellend. Zum einen existiert kein stetiger Übergang zwischen den beiden Frequenzbereichen, zum anderen widerspricht der besagte Anstieg dem zu erwartenden Abfall des Abstrahlgrades zu tiefen Frequenzen hin. Aufgrund dessen wird bezüglich des Modells von Maidanik eine Korrektur vorgenommen, indem eine lineare Verbindung (bezogen auf eine logarithmische Frequenzachse) zwischen den beiden Bereichen eingeführt wird. Dazu wird jeweils ein Punkt in den beiden Frequenzbereichen benötigt.

Im Frequenzbereich $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a << 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b << 1$ ist der notwenige Punkt identisch mit dem Punkt, der die obere Grenze dieses Bereiches repräsentiert. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, wie der Ausdruck

$$\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a << 1 \quad \rightarrow \quad f << \frac{c_L}{\pi \cdot a}$$

bzw.

$$\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b << 1 \quad \rightarrow \quad f << \frac{c_L}{\pi \cdot b}$$

zu interpretieren ist. Gilt für die Frequenz $f < \frac{1}{2} \cdot \frac{c_L}{\pi \cdot a}$ bzw. $f < \frac{1}{2} \cdot \frac{c_L}{\pi \cdot b}$, dann ist dies für die Praxis erfahrungsgemäß eine sinnvolle Interpretation der Bedingung „viel kleiner". Wie man sieht, ist dabei die größere Plattenabmessung die entscheidende Größe, denn sie ergibt die kleinere Frequenz.

Im Frequenzbereich $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a > 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b > 1$ ergibt sich der benötigte Punkt für die Frequenz $f = 0{,}5 \cdot f_g$ und dem entsprechenden Wert des Abstrahlgrades bei dieser Frequenz. Die durchgeführten Beispielrechnungen zeigen, dass man für alle bauüblichen

Plattenabmessungen mittels der Frequenz $f = 0{,}5 \cdot f_g$ durch die Verbindungsgerade einen stetigen Übergang zwischen den beiden Frequenzbereichen erhält.
Nach Durchführung der Korrektur ergibt sich im Vergleich zur Ausgangsversion ein deutlich veränderter Verlauf des Abstrahlgrades über der Frequenz (siehe Abbildung 4.1, „Maidanik - korrigiert“).

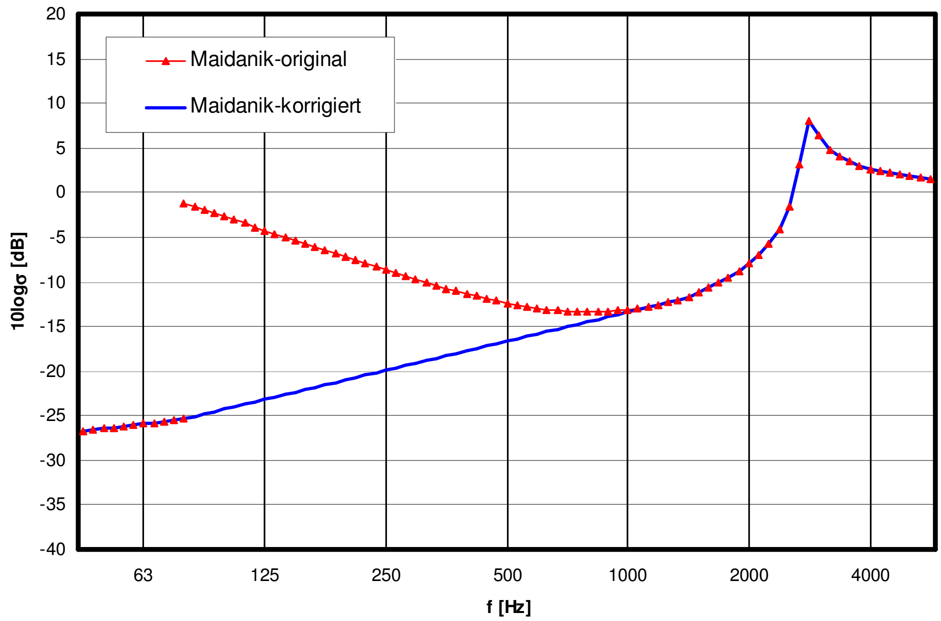


Abbildung 4.1: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Maidanik, in originaler und in korrigierter Form

<u>Anmerkung:</u>

Bei der gewählten Referenzplatte ergibt sich als obere Grenzfrequenz des Frequenzbereiches $f << f_g$ eine Frequenz von $f \approx 30 Hz$. Entgegen der exakten Berechnung wurde dieser Bereich in Abbildung 4.1 aus Darstellungsgründen bis 80 Hz nach oben ausgedehnt.

Zur Unterscheidung wird das Modell von Maidanik, so wie es in [12] veröffentlicht wurde, in dieser Diplomarbeit mit dem Namen „Modell von Maidanik-original“ bezeichnet. Das Modell von Maidanik, das sich durch die vorgenommenen Korrekturen ergibt, trägt demgegenüber die Bezeichnung „Modell von Maidanik - korrigiert“.

4.2.1.1.2 Modell von Price & Crocker

Dieses Modell basiert auf dem Originalmodell von Maidanik. Price & Crocker haben in [14] eine verbesserte Version des Modells von Maidanik zusammengestellt:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot 2 \cdot \left(\dfrac{f}{f_g}\right) \cdot g_1(\alpha) + \dfrac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) & \textit{für} \quad f < f_g \\ \sqrt{\dfrac{a}{\lambda_g}} + \sqrt{\dfrac{b}{\lambda_g}} & \textit{für} \quad f = f_g \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & \textit{für} \quad f > f_g \end{cases} \tag{4.7}$$

mit:

$$g_1(\alpha) = \begin{cases} \dfrac{4}{\pi^4}(1 - 2 \cdot \alpha^2) \cdot \dfrac{1}{\alpha \cdot \sqrt{1 - \alpha^2}} & \textit{für} \quad f < 0{,}5 \cdot f_g \\ 0 & \textit{für} \quad f > 0{,}5 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.8}$$

$$g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(1 - \alpha^2) \cdot \ln\left(\dfrac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)}\right) + 2 \cdot \alpha}{(1 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{4.9}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.10}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

λ_L : Luftschallwellenlänge $[m]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

U : Plattenumfang $[m]$

a, b : Plattenabmessungen $[m]$

Einerseits hat sich der Ausdruck für den Bereich $f < f_g$ dergestalt geändert, dass der erste Teil der Summe durch den Term „$2 \cdot \left(\frac{f}{f_g}\right)$“ ergänzt wurde. Auf diese Weise soll der Anstieg unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz zu tiefen Frequenzen hin verhindert werden. Nach Angaben der Autoren wurde dieser Verbesserungsvorschlag von Maidanik selbst mitgeteilt. Andererseits wurde der Ausdruck für den Bereich $f > f_g$ im Gegensatz zu [12] in korrekter Weise veröffentlicht. Des weiteren verzichten Price & Crocker auf die Unterteilung in zwei unterschiedliche Frequenzbereiche und geben für den Frequenzbereich $f << f_g$ keinen gesonderten Berechnungsausdruck an.

Insgesamt ergibt sich im Vergleich zur ursprünglichen Version von Maidanik unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ein deutlich veränderter Verlauf (siehe Abbildung 4.2). Durch die Verbesserungsmaßnahme fällt der Anstieg zu tiefen Frequenzen hin deutlich flacher aus.

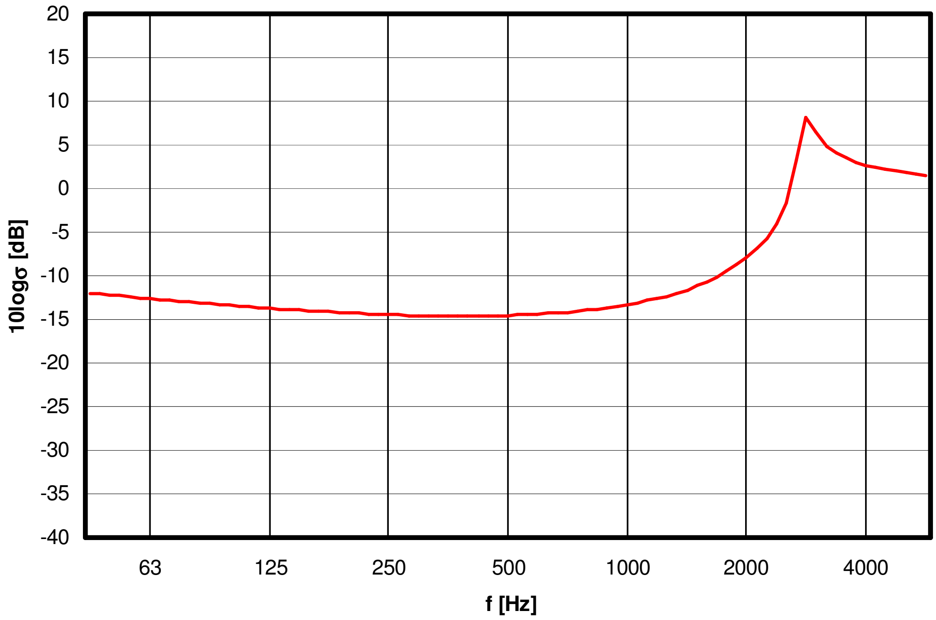


Abbildung 4.2: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Price & Crocker

In der Literatur ist das von Price & Crocker in [14] veröffentlichte Modell teilweise unter dem Namen „Modell von Maidanik“, teilweise aber auch unter dem Namen „Modell von Price & Crocker“ bekannt. Zur besseren Unterscheidung wird dieses Berechnungsmodell in dieser Diplomarbeit unter dem Namen „Modell von Price & Crocker“ behandelt.

4.2.1.1.3 Modell von Leppington

Leppington, Broadbent und Heron haben das Problem des Abstrahlgrades von Platten in [15] grundlegend neu untersucht. In Anlehnung an Maidanik haben sie ihre Untersuchungen für den relativ einfachen Fall von gelenkig gelagerten isotropen Rechteckplatten durchgeführt. Ziel der Autoren war es, durch eine exakte mathematische Behandlung dieses relativ einfachen Problems, die Grundlage für ein besseres Verständnis von diffizileren Problemen, die bei komplizierten Strukturen, wie z. B. anisotropen Platten, oder anderen Randbedingungen auftreten, zu schaffen. Ähnlich wie Maidanik führen sie ihre Untersuchungen zunächst für Einzelschwingungsformen auf den Platten durch, um am Schluss den Übergang zu einer „multimodalen“ Schwingungsform auf den Platten zu vollziehen, die am ehesten der Praxis entspricht.

Leppington, Broadbent und Heron geben folgendes Berechnungsmodell zur Ermittlung des Abstrahlgradverlaufes über der Frequenz an:

Für $f \neq f_g$ gilt:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{a+b}{\pi \cdot \mu \cdot k_L \cdot a \cdot b \cdot \left(\mu^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \ln\left(\dfrac{\mu+1}{\mu-1}\right) + \dfrac{2 \cdot \mu}{\mu^2 - 1} \right\} & \textit{für} \quad f < f_g, k_L \cdot b \cdot (\mu - 1) >> 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & \textit{für} \quad f > f_g, k_L \cdot b \cdot (1 - \mu) >> 1 \end{cases} \tag{4.11}$$

mit: $$\mu = \sqrt{\frac{f_g}{f}} \tag{4.12}$$

σ: Abstrahlgrad $[-]$

a, b: Plattenabmessungen, mit $a > b$ $[m]$

k_L: Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

f: Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g: Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

In Zusammenhang mit Gleichung (4.11) stellt sich die Frage, wie die Bedingung „viel größer“ bzw. „viel kleiner“ zu interpretieren ist. Analog zu Kapitel 4.2.1.1.1 erhält man für die Praxis erfahrungsgemäß eine sinnvolle Interpretation dieser Bedingung, wenn man die sich ergebende Frequenz mindestens verdoppelt bzw. halbiert.

Der Ausdruck für $f < f_g$ in Gleichung (4.11) stimmt bei genauerer Betrachtung mit dem 2. Term des Ausdrucks für $f < f_g$ in Gleichung (4.3), der $g_2(\alpha)$ enthält, überein. Der besagte Ausdruck in Gleichung (4.11) ist somit eng verwandt mit der Berechnungsformel, die Maidanik für diesen Frequenzbereich angibt. Der Ausdruck für $f > f_g$ in Gleichung (4.11) ist identisch mit der Berechnungsformel, die Maidanik für diesen Frequenzbereich angibt (siehe Gleichung (4.3)). Dies ist allerdings nicht überraschend, denn es handelt sich dabei um jene Berechnungsformel, die zur Bestimmung des Abstrahlgradverlaufes in diesem Frequenzbereich üblicherweise verwendet wird.

Für $f = f_g$ gilt:

$$\sigma = k_L^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot H(x) \qquad \textit{für} \quad f = f_g \tag{4.13}$$

mit: $$H(x) = \frac{4 \cdot x^{\frac{1}{2}}}{15\pi^{\frac{3}{2}}} \cdot \int_0^1 (5-t) \cdot \left\{ \left(t^2 + x^2\right)^{-\frac{3}{4}} + \left(1 + x^2 \cdot t^2\right)^{-\frac{3}{4}} \right\} dt \quad \textit{für} \quad 0 < x < 1 \tag{4.14}$$

$$x = \frac{b}{a} \tag{4.15}$$

t: Integrationsvariable $[-]$

Aufgrund der geringen Schwankung von $H(x)$ existiert nachfolgende akzeptable Näherung:

$$H(x) = 0{,}5 - 0{,}15 \cdot x \tag{4.16}$$

Mit dieser Näherung ist der Fehler im Bereich $0{,}2 < x < 1{,}0$ kleiner als 4 %.

Somit ergibt sich für den Abstrahlgrad bei der Koinzidenzgrenzfrequenz f_g:

$$\sigma \approx k_L^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot \left(0{,}5 - 0{,}15 \cdot \frac{b}{a}\right) \qquad \text{für} \quad f = f_g \tag{4.17}$$

Zwischen dem Frequenzbereich $f < f_g$ und der Koinzidenzgrenzfrequenz f_g existiert ein undefinierter Bereich. Dieser undefinierte Bereich wird mittels einer Geraden überbrückt. Gleiches gilt für den Bereich zwischen der Koinzidenzgrenzfrequenz und dem Frequenzbereich $f > f_g$.

Insgesamt ergibt sich folgender Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

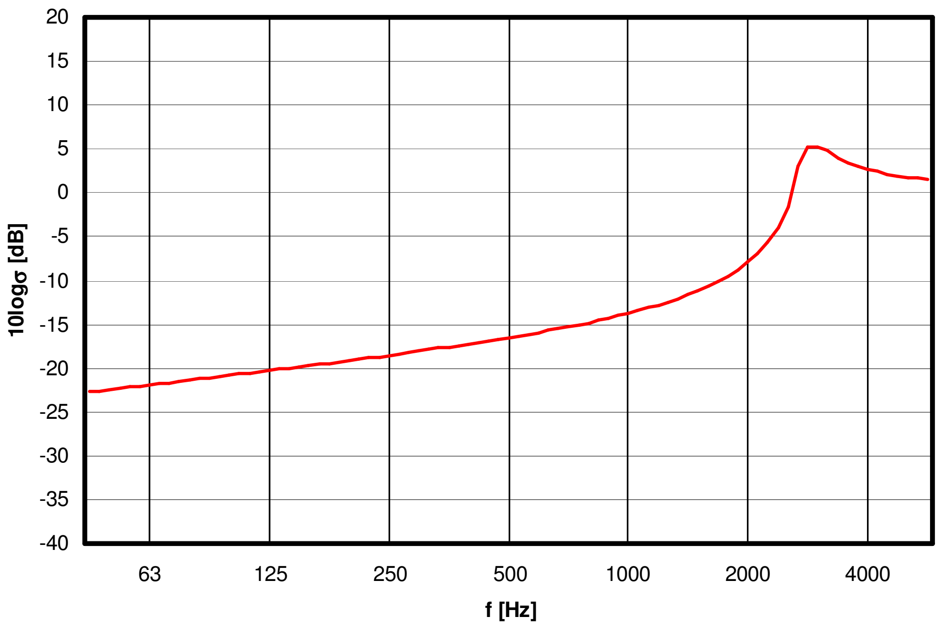


Abbildung 4.3: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Leppington

In dieser Diplomarbeit wird dieses Berechnungsmodell unter dem Namen „Modell von Leppington“ behandelt. Vergleicht man das Modell von Leppington (siehe Abbildung 4.3) mit dem Modell von Price & Crocker (siehe Abbildung 4.2), dann verschwindet der bei Price & Crocker verbliebene „Restanstieg“ des Abstrahlgrades zu tiefen Frequenzen hin bei Leppington gänzlich. Alles in allem stellt das Modell von Leppington somit im Vergleich zum Modell von Price & Crocker eine weitere Verbesserung des Ursprungsmodells von Maidanik dar.

4.2.1.1.4 Modell von Ver & Holmer

Ver & Holmer haben in [16] ein sehr einfaches Näherungsmodell veröffentlicht, dessen Genauigkeit nach Angaben der Autoren allerdings nur innerhalb mehrerer Dezibel liegt. Die Grundlage dieses Modells bildet das in Kapitel 4.2.1.1.2 vorgestellte Modell von Price & Crocker, das Ver & Holmer mittels ihres Modells näherungsweise nachbilden. Dazu unterteilen Ver & Holmer den gesamten Frequenzbereich in mehrere Bereiche, für die sie jeweils Näherungsausdrücke für den Abstrahlgradverlauf angeben. An den Bereichsgrenzen sind die verschiedenen Näherungsformeln jeweils in geeigneter Weise aneinander anzupassen bzw. miteinander zu verbinden.

1. Bereich:

$$\frac{d\sigma}{df} \approx 6\ dB/Oktave \qquad f\ddot{u}r \quad f < \frac{c_L^2}{2 \cdot S \cdot f_g} \cdot \left[\frac{U^2}{8 \cdot S} - 1 \right] \tag{4.18}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343 \frac{m}{s}$ bei 20°C)

S : Plattenfläche $[m^2]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

U : Plattenumfang $[m]$

2. Bereich:

$$\sigma \approx \frac{\lambda_g^2}{S} \qquad f\ddot{u}r \quad \frac{c_L^2}{2 \cdot S \cdot f_g} \cdot \left[\frac{U^2}{8 \cdot S} - 1 \right] \le f \le \frac{3 \cdot c_L}{U} \tag{4.19}$$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

Für den Abstrahlgrad ergibt sich in diesem Bereich ein horizontaler Verlauf. Bei tiefen Frequenzen wird der Abstrahlgrad nach Angaben der Autoren durch diesen Ausdruck eher überschätzt.

3. Bereich:

$$\frac{d\sigma}{df} \approx 1{,}8\ dB/Oktave \qquad f\ddot{u}r \quad \frac{3\cdot c_L}{U} < f \leq \frac{f_g}{4} \tag{4.20}$$

Diese Gerade schneidet den horizontalen Verlauf des 2. Bereichs bei der Frequenz $f = 100\cdot\left(\frac{\lambda_g}{U}\right)\cdot\left(\frac{c_L}{U}\right)$, die unterhalb der Bereichsgrenze $f = \frac{3\cdot c_L}{U}$ liegt. Der horizontale Verlauf des 2. Bereichs dehnt sich allerdings bis zu der Frequenz $f = \frac{3\cdot c_L}{U}$ aus. Diese Vorgehensweise wird von den Autoren verlangt. Der Übergang des Abstrahlgrades, ausgehend von der Frequenz $f = \frac{3\cdot c_L}{U}$, in die Gerade mit der Steigung von $1{,}8\ dB/Oktave$ wird durch eine entsprechende Wurzelfunktion realisiert. Die Autoren machen diesbezüglich keine genaueren Angaben.

4. Bereich:

Oberhalb der Frequenz $\frac{f_g}{4}$ soll sich laut den Autoren ein sanfter Anstieg des Abstrahlgrades anschließen, der sich bis zu der Koinzidenzgrenzfrequenz fortsetzt. Dieser Anstieg wird durch eine geeignete Parabel verwirklicht.

5. Bereich:

Für die Koinzidenzgrenzfrequenz geben Ver & Holmer folgenden Ausdruck an:

$$\sigma \approx \left(\frac{U}{2\cdot\lambda_g}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad f\ddot{u}r \quad f = f_g \tag{4.21}$$

6. Bereich:

Oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz sehen die Autoren einen sanften Abfall des Abstrahlgrades vor, bis er einen Wert von $\sigma \approx 1$ erreicht. Dies wird durch eine entsprechende Exponentialfunktion realisiert.

Insgesamt ergibt sich nachstehender Abstrahlgradverlauf über der Frequenz:

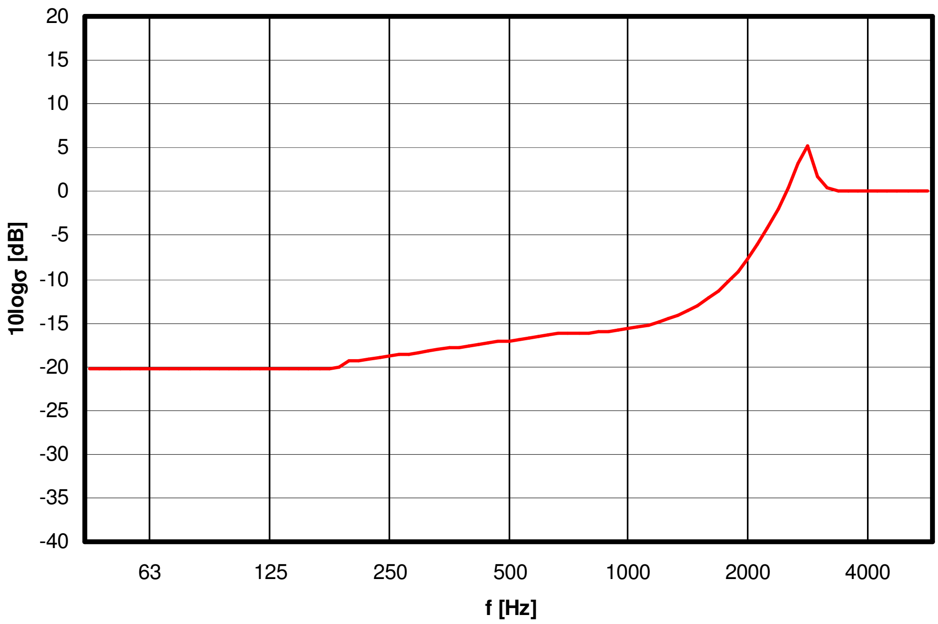


Abbildung 4.4: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Ver & Holmer

4.2.1.1.5 Modell von Föller

Föller hat festgestellt, dass sich bei der Anwendung der von Maidanik in [12] aufgestellten Gleichungen beim Übergang vom hoch- zum tieffrequenten Bereich gewisse Unstimmigkeiten ergeben. Diese hat er behoben und in [13] ein auf dem Originalmodell von Maidanik basierendes Berechnungsmodell für den Abstrahlgrad von rechteckigen Platten zusammengestellt.

Föller definiert für die Abstrahlung drei verschiedene Bereiche:

1. Der Kolbenstrahlerbereich gilt für den Frequenzbereich $f < f_Ü$.

   Im tiefen Frequenzbereich, in dem die Abmessungen der Platte sehr viel kleiner sind, als die Luftschallwellenlänge λ_L, verhält sich die Platte wie ein äquivalenter Kolbenstrahler.
2. Der Kurzschlussbereich umfasst den Frequenzbereich $f_Ü \leq f < f_g$.

   In diesem Bereich tritt der „hydrodynamische Kurzschluss“ auf.
3. Der Bereich der vollen Abstrahlung befindet sich im Frequenzbereich $f \geq f_g$.

   In diesem Bereich strahlt die Platte etwa die gleiche Schallleistung ab, wie eine konphas schwingende Platte gleicher Fläche.

Für die Übergangsfrequenz gibt Föller folgende Berechnungsgleichung an:

$$f_Ü = \frac{c_L^2}{\pi^2 \cdot S \cdot f_g} \cdot \sqrt[3]{\frac{U^2}{4 \cdot S}} \tag{4.22}$$

$f_Ü$: Übergangsfrequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ $(343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

S : Plattenfläche $[m^2]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

U : Plattenumfang $[m]$

Für den Kolbenstrahlerbereich hat Föller nachstehende Formel entwickelt:

$$\sigma = k_L^2 \cdot \frac{S}{2\pi} \qquad für \quad f < f_Ü \tag{4.23}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

k_L : Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

Oberhalb des Kolbenstrahlerbereiches aber weit unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz, d. h. für $f_{Ü} < f << f_g$, gilt nach Föller:

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{U}{S} \cdot \frac{k_L^2}{k_B^3} \tag{4.24}$$

k_B: Biegewellenzahl nach Gleichung (2.8) $\left[\frac{1}{m}\right]$

Dieser Ausdruck lässt sich umformen in:

$$\sigma = \frac{U \cdot \lambda_g}{\pi^2 \cdot S} \cdot \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.25}$$

λ_g: Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

f: Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

Für kleine α, d. h. für $f << f_g$, lässt sich der $g_2(\alpha)$ enthaltende 2. Term des Ausdrucks für $f < f_g$ in Gleichung (4.3) nach Föller folgendermaßen entwickeln:

$$\frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) \approx \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} + 2 \cdot \alpha \right)$$

$$\rightarrow \quad \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) \approx \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot \left[2 \cdot \left(\alpha + \frac{\alpha^3}{3} + \ldots \right) + 2 \cdot \alpha \right]$$

$$\rightarrow \quad \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) \approx \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot \frac{\alpha}{\pi^2} = \frac{U \cdot \lambda_g}{\pi^2 \cdot S} \cdot \sqrt{\frac{f}{f_g}}$$

Bei tiefen Frequenzen stimmen also Gleichung (4.25) und der $g_2(\alpha)$ beinhaltende 2. Term des Ausdrucks für $f < f_g$ in Gleichung (4.3) ungefähr überein. Aufgrund dieser Tatsache und der Erkenntnis, dass der Term „$\frac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_1(\alpha)$“ des Ausdrucks für $f < f_g$ in

Gleichung (4.3) für kleine α eine Steigung von $-4{,}5\,dB/Oktave$ aufweist (siehe Kapitel 4.2.1.1.1), schlägt Föller vor, für den Kurzschlussbereich ausschließlich den $g_2(\alpha)$ enthaltenden 2. Term des Ausdrucks für $f < f_g$ von Maidanik's Berechnungsformel (siehe Gleichung (4.3)) zu verwenden.

Damit gilt für den Kurzschlussbereich:

$$\sigma = \frac{U \cdot \lambda_g}{4\pi^2 \cdot S} \cdot \frac{(1-\alpha^2) \cdot \ln\dfrac{1+\alpha}{1-\alpha} + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad f\ddot{u}r \quad f_{\ddot{U}} \le f < f_g \tag{4.26}$$

$$\text{mit:} \quad \alpha = \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.27}$$

Für den Bereich der vollen Abstrahlung ergibt sich nach Föller:

$$\sigma = \min\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{f_g}{f}}} \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{U \cdot \dfrac{f_g}{c_L}} \end{cases} \qquad f\ddot{u}r \quad f \ge f_g \tag{4.28}$$

Dieser Ausdruck ist eine Kombination aus der Berechnungsformel, die üblicherweise zur Bestimmung des Abstrahlgradverlaufes im Frequenzbereich $f > f_g$ verwendet wird (oberer Ausdruck in Gleichung (4.28)), und der Berechnungsformel, die Cremer & Heckl (siehe Kapitel 4.2.1.1.7) zur Bestimmung des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz verwenden (unterer Ausdruck in Gleichung (4.28)). Dieses Modell stellt ebenfalls eine Verbesserung des Originalmodells von Maidanik dar.

Alles in allem ergibt sich nachfolgender Abstrahlgradverlauf über der Frequenz:

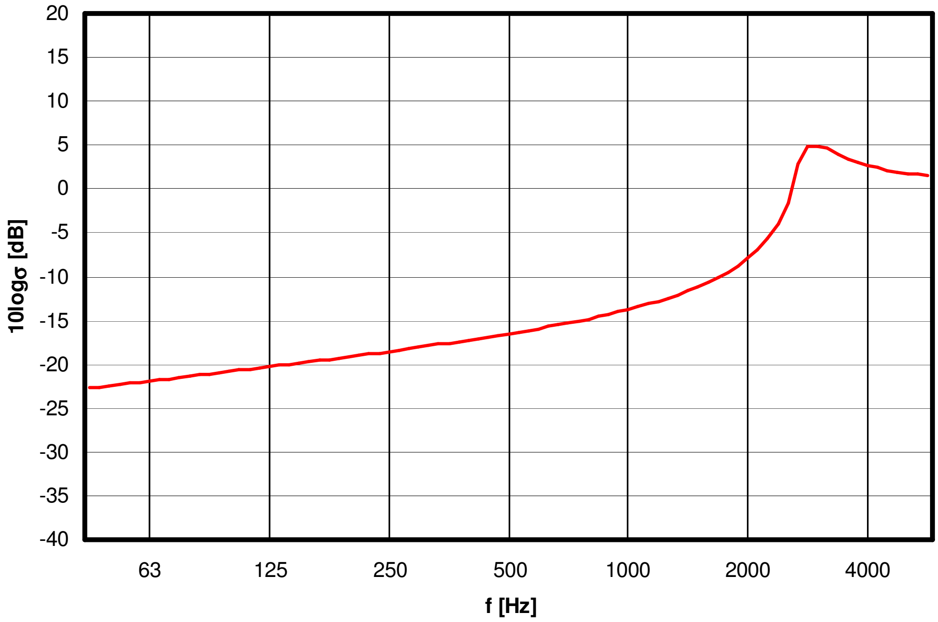


Abbildung 4.5: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Föller

4.2.1.1.6 Modell von Kollmann

Das Modell von Kollmann unterscheidet sich von dem Modell von Föller nur geringfügig. Kollmann hat bei der Zusammenstellung seines Modells in [17] das Modell von Föller als Vorlage genommen und lediglich kleine Veränderungen eingearbeitet.

Für den Kolbenstrahlerbereich gilt nach Kollmann:

$$\sigma = \frac{\left(\frac{f}{f_{0_K}}\right)^2}{1+\left(\frac{f}{f_{0_K}}\right)^2} \qquad \textit{für} \quad f < f_{\ddot{U}} \tag{4.29}$$

mit: $$f_{0_K} = \frac{c_L}{\sqrt{2\pi \cdot a \cdot b}} \tag{4.30}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

$f_{Ü}$: Übergangsfrequenz nach Gleichung (4.31) $\left[\frac{1}{s}\right]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

a , b : Plattenabmessungen $[m]$

Die Übergangsfrequenz berechnet sich nach Kollmann zu:

$$f_{ü} = Max\left\{\begin{matrix}\left(\frac{c_L}{\pi}\right)^2 \cdot \left(\frac{U}{4 \cdot S^2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{f_g} \\ f_1\end{matrix}\right\} \tag{4.31}$$

U : Plattenumfang $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

f_1 : 1. Biegeeigenfrequenz der Platte $\left[\frac{1}{s}\right]$

Der Kolbenstrahlerbereich ist somit im Vergleich zu Föller etwas anders definiert.
Die Berechnungsformel für den Kurzschlussbereich ist identisch mit der Formel von Föller für diesen Bereich:

$$\sigma = \frac{U \cdot \lambda_g}{4\pi^2 \cdot S} \cdot \frac{(1-\alpha^2) \cdot \ln\frac{1+\alpha}{1-\alpha} + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad für \quad f_{Ü} \leq f < f^{'} \tag{4.32}$$

mit: $$\alpha = \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.33}$$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

$f^{'}$: „Grenzfrequenz" nach Kollmann $\left[\frac{1}{s}\right]$

Der Ausdruck für den Bereich der vollen Abstrahlung ist ebenfalls identisch mit dem Ausdruck von Föller für diesen Bereich:

$$\sigma = Min\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{f_g}{f}}} \\ 0{,}45\cdot\sqrt{U\cdot\dfrac{f_g}{c_L}} \end{cases} \qquad für \quad f \geq f^{'} \tag{4.34}$$

Der Kurzschlussbereich und der Bereich der vollen Abstrahlung unterscheiden sich im Vergleich zum Modell von Föller lediglich dahingehend, dass die Grenze zwischen diesen beiden Frequenzbereichen nicht durch die Koinzidenzgrenzfrequenz f_g gegeben ist, sondern dass Kollmann eine „Grenzfrequenz“ $f^{'}$ definiert. Diese Grenzfrequenz kann allerdings nicht explizit bestimmt werden, da sie aus der Bedingung folgt, dass Gleichung (4.32) und Gleichung (4.34) den gleichen Wert für den Abstrahlgrad annehmen, wobei in Gleichung (4.34) der untere Ausdruck zu verwenden ist. Sie kann entweder numerisch (z. B. mittels des Newton-Verfahrens) oder grafisch als Schnittpunkt der Kurven für den Kurzschlussbereich und den Bereich der vollen Abstrahlung bestimmt werden.

Für den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades ergibt sich somit:

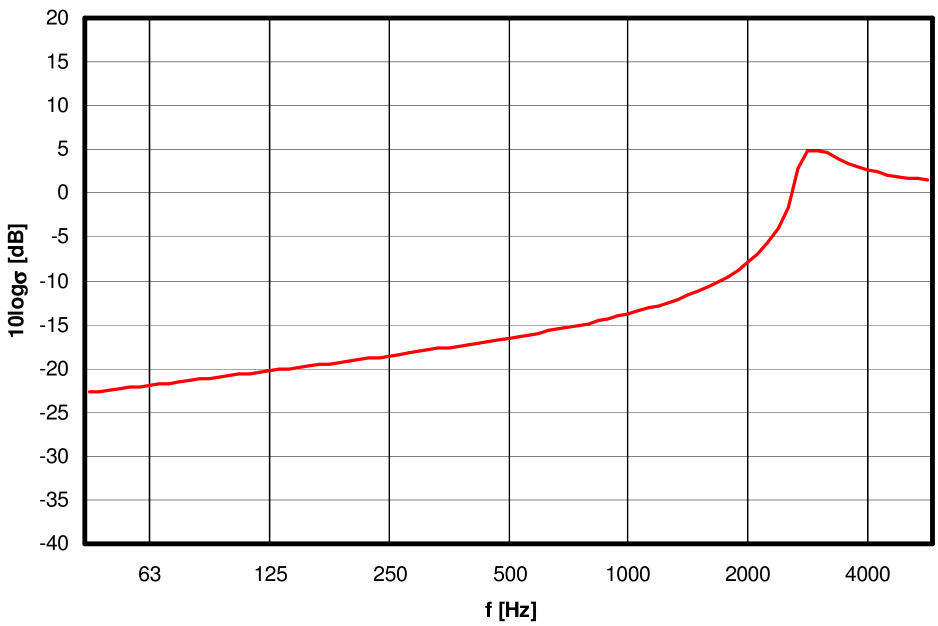


Abbildung 4.6: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Kollmann

4.2.1.1.7 Modell von Cremer & Heckl

Cremer & Heckl stellen in [11] für die Abstrahlgradberechnung biegeschwingender Platten eine grundlegend andere Herangehensweise vor. Sie fassen die örtlich begrenzte Schnelleverteilung als Überlagerung einer Vielzahl von Schwingungen verschiedener Frequenz, Phase und Amplitude auf einer unendlich großen Platte auf, für die der Abstrahlgrad bekannt ist. Anschließend wird die Berechnung der Schallfeldgrößen im Bereich der Wellenzahlen durchgeführt und die Schallleistung über die Parsevalsche Gleichung ermittelt. Das Verfahren entspricht somit einer örtlichen Fouriertransformation. Cremer & Heckl wenden dieses Verfahren dann auf den eindimensionalen Schwingungsfall einer schwach gedämpften Platte an, und leiten dafür, unter Verwendung einer Reihe von Näherungen zur Auswertung der zum Teil komplizierten Integrale, eine Näherungslösung ab [18]. Um die Näherungslösung für den eindimensionalen Fall (siehe Kapitel 4.3.1.1.1) auf den zweidimensionalen Fall zu erweitern, greifen Cremer & Heckl auf ihre in [11] angestellten Betrachtungen zu gitterförmig angeordneten Punktstrahlern zurück. Sie kommen dabei zu dem Schluss, dass der Abstrahlgrad im zweidimensionalen Fall wegen der zusätzlichen Anwesenheit von schlechter strahlenden Schwingungstypen (z. B. Quadropol statt Dipol, Quadropol und Dipol siehe [7]) nicht größer sein kann als im eindimensionalen Fall. Dies hängt damit zusammen, dass der Effekt der verminderten Schallabstrahlung unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz noch ausgeprägter ist, da der „hydrodynamische Kurzschluss" zusätzlich noch in der zweiten Kantenrichtung wirkt. Bezugnehmend auf die exakten Rechnungen in [12] und [19] geben Cremer & Heckl in [11] nachgestellte Näherungslösung für den Abstrahlgrad von punktförmig angeregten, schwach gedämpften Platten an:

$$\sigma \approx \begin{cases} \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot \sqrt{\frac{f}{f_g}} & \textit{für} \quad f \le 0{,}5 \cdot f_g \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{\frac{U}{\lambda_g}} & \textit{für} \quad f = f_g \\ 1 & \textit{für} \quad f >> f_g \end{cases} \tag{4.35}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

U : Plattenumfang $[m]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

Der von Gleichung (4.35) nicht erfasste Frequenzbereich $0{,}5 \cdot f_g < f < f_g$ wird von Cremer & Heckl behoben, indem sie diesen Bereich durch eine Gerade (bezogen auf eine logarithmische Frequenzachse) überbrücken. Bezüglich des Abstrahlgradverlaufes im Bereich $f > f_g$ und bezüglich des Ausdrucks $f >> f_g$ machen Cremer & Heckl keine präziseren Angaben. Der Ausdruck für $f \leq 0{,}5 \cdot f_g$ in Gleichung (4.35) spielt auch bei dem Modell von Föller eine wichtige Rolle (siehe Gleichung (4.25)).
Alles in allem ergibt sich folgender Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

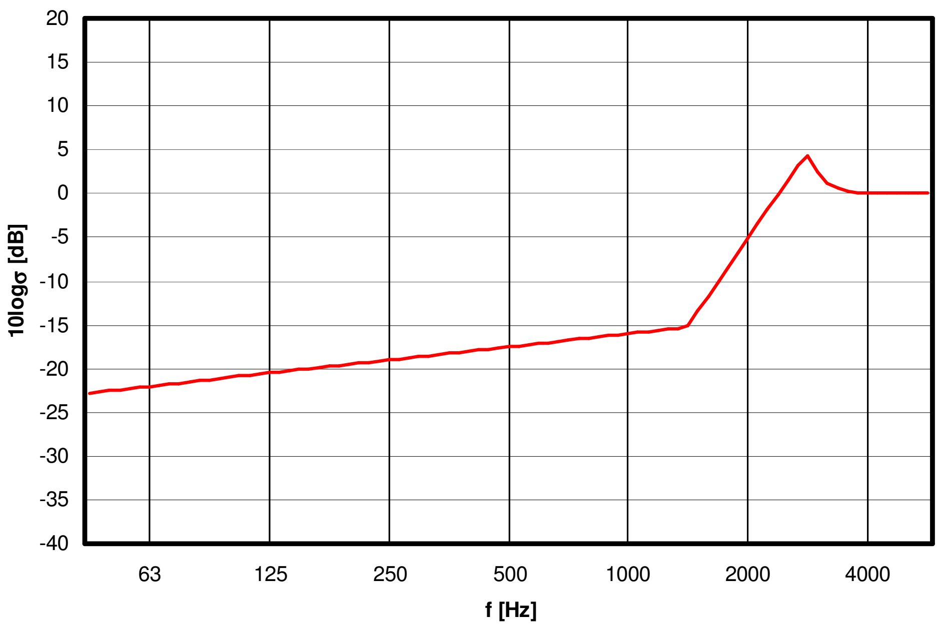


Abbildung 4.7: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Cremer & Heckl

4.2.1.1.8 Modell von Timmel

Cremer & Heckl haben in [11] außerdem ein Verfahren zur Berechnung der Schallabstrahlung ebener Strahler vorgestellt, bei dem der reale Strahler durch eine Aufreihung von Punktstrahlern, die näherungsweise den örtlichen Schallfluss übernehmen, ersetzt wird.

Hübner hat diesen Ansatz in [20] verallgemeinert auf ebene Strahler angewandt. Dabei wird die Leistung nicht über eine Hüllkurvenintegration, sondern über sogenannte Wechselwirkungen zwischen den Ersatzstrahlern bestimmt. Timmel hat in diesen Ansatz ganz speziell auf biegeschwingende Platten angewandt, wobei die Leistungsermittlung über die veränderte Strahlungsimpedanz in der Nachbarschaft der Ersatzquellen erfolgt. Die Beschränkung auf biegeschwingende Platten hat den Vorteil, dass große Vereinfachungen bei der Berechnung möglich sind [18]. Timmel präsentiert in [18] sein Punktstrahlermodell für den Fall einer gelenkig gelagerten Platte. Zur praktischen Umsetzung dieses Modells wurde von Timmel ein entsprechendes TURBO-Pascal Programm entwickelt, mit dem der Abstrahlgrad für bauübliche Platten mit relativ geringem Aufwand vollständig bis über die Koinzidenzgrenzfrequenz hinaus berechnet werden kann.

Grundlage dieses Programms bildet, ohne näher darauf einzugehen, folgende Gleichung:

$$\sigma = \frac{k_L^2}{2\pi \cdot \overline{\tilde{v}^2} \cdot S} \cdot \sum_{i_x=1}^{h_x} \sum_{i_y=1}^{h_y} \left[\tilde{q}_{i_x,i_y}^2 \sum_{j_x=1}^{h_x} \sum_{j_y=1}^{h_y} \frac{\sin(k_L \cdot r_{i,j})}{k_L \cdot r_{i,j}} \cdot (-1)^{i_x+i_y+j_x+j_y} \right] \tag{4.36}$$

σ: Abstrahlgrad $[-]$

k_L: Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

$\overline{\tilde{v}^2}$: räumlicher Mittelwert des Effektivwertquadrates der Plattenschnelle $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

S: Plattenfläche $[m^2]$

i_x, i_y: Laufvariable des Punktstrahlers i in x- bzw. y-Richtung; $i_x, i_y \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

h_x: Anzahl der Halbwellen in x-Richtung; $h \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

h_y: Anzahl der Halbwellen in y-Richtung; $h \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

$\tilde{q}_{i_x,i_y}$: Effektivwert des Schallflusses des Punktstrahlers (i_x, i_y) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

j_x, j_y: Laufvariable des Punktstrahlers j in x- bzw. y-Richtung; $j_x, j_y \in \mathrm{N}\backslash\{0\}$ $[-]$

$r_{i,j}$: Abstand zwischen den Punktstrahlern i und j $[m]$

Timmel hat den Abstrahlgradverlauf mittels dieses Punktstrahlermodells für eine Vielzahl von Platten bestimmt und jeweils mit den Näherungen von Cremer & Heckl (siehe Kapitel 4.2.1.1.7) und Price & Crocker (siehe Kapitel 4.2.1.1.2) verglichen. Aufbauend darauf nimmt er an diesen Modellen entsprechende Verbesserungen vor. Auf diese Weise ergeben sich das „Kombinationsmodell Timmel - Cremer & Heckl“ und das „Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker“. Zusätzlich wird das „Kombinationsmodell Timmel - Leppington“ entwickelt.

a) Kombinationsmodell Timmel - Cremer & Heckl

Timmel kommt in [18] zu der Erkenntnis, dass der Wert von Cremer & Heckl bei der Koinzidenzgrenzfrequenz für quadratische Platten gut ist. Wenn die Platte allerdings nicht quadratisch ist, liege dieser Wert zu hoch. Timmel führt deshalb eine Korrektur in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis durch. Weitere Korrekturen bezüglich des Modells von Cremer & Heckl führt Timmel nicht an.

Für dieses Modell ergibt sich somit:

$$\sigma \approx \begin{cases} \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot \sqrt{\frac{f}{f_g}} & \text{für} \quad f \leq 0{,}5 \cdot f_g \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{\frac{U}{\lambda_g}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b}{a}} & \text{für} \quad f = f_g \\ 1 & \text{für} \quad f >> f_g \end{cases} \tag{4.37}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

U : Plattenumfang $[m]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

a , b : Plattenabmessungen, mit $a > b$ $[m]$

Dieses Modell unterscheidet sich lediglich durch den Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz von dem Modell von Cremer & Heckl. Alles Weitere stimmt daher

mit den Sachverhalten überein, die bereits bezüglich des Modells von Cremer & Heckl beschrieben wurden (siehe Kapitel 4.2.1.1.7).
Das Kombinationsmodell Timmel - Cremer & Heckl führt zu nachgestelltem Verlauf des Abstrahlgrades über der Frequenz:

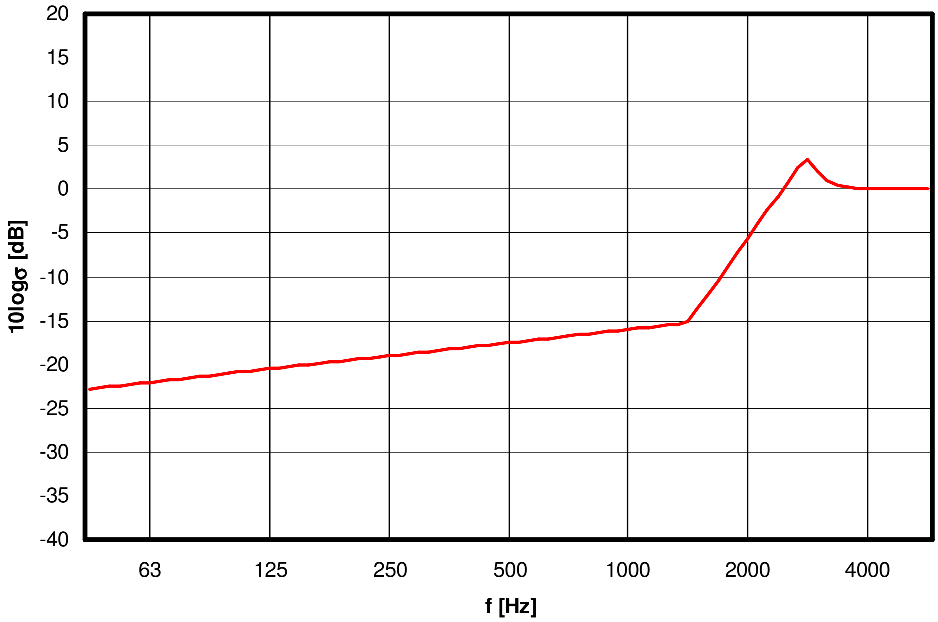


Abbildung 4.8: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Kombinationsmodell Timmel - Cremer & Heckl

b) Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker

In [18] kommt Timmel zu dem Schluss, dass die Näherung von Price & Crocker im Bereich unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz zwar anwendbar ist, allerdings nur bis zu jener Frequenz, bei der sie den Abstrahlgrad $\sigma = 1$ ergibt. Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz liege der Wert des Abstrahlgrades eindeutig zu hoch. Timmel gibt deshalb zur Bestimmung des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz den gleichen Ausdruck an, der sich bereits bei dem Kombinationsmodell Timmel - Cremer & Heckl für diese Frequenz ergeben hat. Oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz sei die Näherung von Price & Crocker dann wieder ab $f = 1{,}25 \cdot f_g$ einsetzbar.

Für dieses Modell ergibt sich somit Folgendes:

$$\sigma \approx \begin{cases} \frac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot 2 \cdot \left(\frac{f}{f_g}\right) \cdot g_1(\alpha) + \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) & \text{für} \quad f < f_g, \sigma < 1 \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{\frac{U}{\lambda_g}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b}{a}} & \text{für} \quad f = f_g \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_g}{f}}} & \text{für} \quad f > 1{,}25 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.38}$$

mit: $$g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{4}{\pi^4}(1 - 2 \cdot \alpha^2) \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \sqrt{1-\alpha^2}} & \text{für} \quad f < 0{,}5 \cdot f_g \\ 0 & \text{für} \quad f > 0{,}5 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.39}$$

$$g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(1-\alpha^2) \cdot \ln\left(\frac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)}\right) + 2 \cdot \alpha}{(1-\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{4.40}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.41}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

λ_L : Luftschallwellenlänge $[m]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

U : Plattenumfang $[m]$

a, b : Plattenabmessungen, mit $a > b$ $[m]$

Den sich ergebenden undefinierten Frequenzbereich oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz behebt Timmel, indem er zwischen dem definierten Bereich und der Koinzidenzgrenzfrequenz eine lineare Interpolation verwendet. Der Ausdruck für $f < f_g$ in Gleichung (4.38)

ist auf Abstrahlgradwerte, welche die Bedingung $\sigma < 1$ erfüllen, begrenzt. Dadurch ergibt sich auch unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ein undefinierter Frequenzbereich. Dieser wird analog zu dem Bereich oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz behoben. Diese Näherung ist für bauübliche Platten (z. B. Beton, Gips) mit einem Seitenverhältnis kleiner als 3:1 entwickelt worden, zeigt aber für andere dünne Platten (z. B. Stahl, Aluminium, Glas) und zum Teil auch für größere Seitenverhältnisse eine gute Übereinstimmung mit den Rechenwerten des Punktstrahlermodells.
Das Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker führt zu nachfolgendem Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

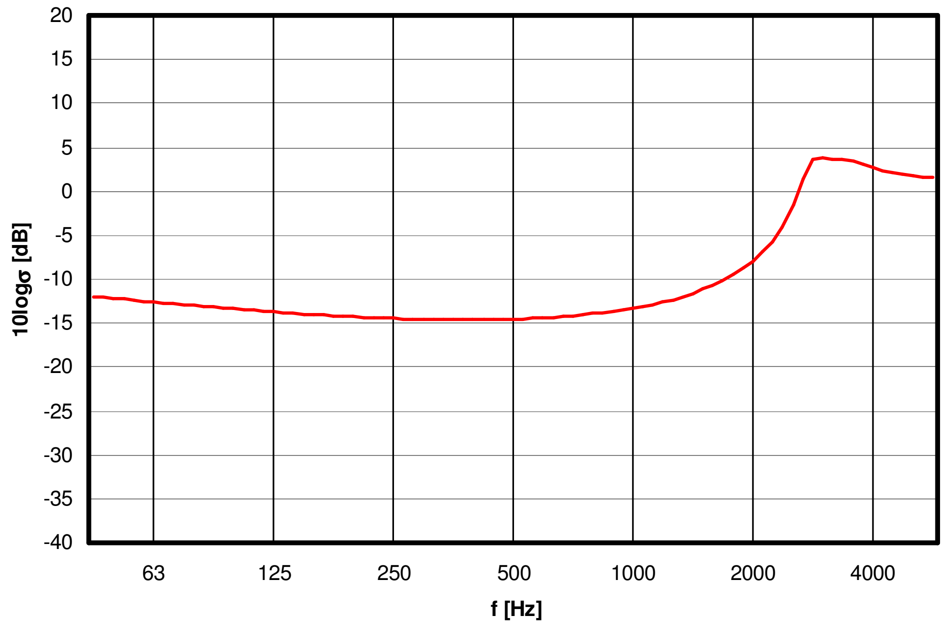


Abbildung 4.9: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker

c) Kombinationsmodell Timmel - Leppington

Wie bereits erwähnt, stellt das Modell von Leppington im Vergleich zum Modell von Price & Crocker eine weitere Verbesserung des Ursprungsmodells von Maidanik dar. Aus diesem Grund werden die Korrekturen, die Timmel in Bezug auf das Modell von Price & Crocker durchführt, in analoger Weise auf das Modell von Leppington (siehe Kapitel 4.2.1.1.3) übertragen.

Dies führt zu nachstehendem Berechnungsmodell:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{a+b}{\pi \cdot \mu \cdot k_L \cdot a \cdot b \cdot \left(\mu^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \ln\left(\dfrac{\mu+1}{\mu-1}\right) + \dfrac{2 \cdot \mu}{\mu^2 - 1} \right\} & \textit{für} \quad f < f_g, \sigma < 1 \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{\dfrac{U}{\lambda_g}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{b}{a}} & \textit{für} \quad f = f_g \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & \textit{für} \quad f > 1{,}25 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.42}$$

mit: $$\mu = \sqrt{\frac{f_g}{f}} \tag{4.43}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

a, b : Plattenabmessungen, mit $a > b$ $[m]$

k_L : Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

U : Plattenumfang $[m]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

Für die Bestimmung des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz wird der gleiche Ausdruck verwendet, den auch Timmel bei dem Kombinationsmodell Timmel - Cremer & Heckl und dem Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker benutzt. Denn dieser liefert im Vergleich zu dem Ausdruck von Leppington für die Koinzidenzgrenzfrequenz die kleineren Werte. Die Werte nach Leppington sind gemäß Timmel für diese Frequenz folglich zu groß.

Die sich ergebenden undefinierten Frequenzbereiche unterhalb und oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz (siehe Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker) werden wiederum behoben, indem zwischen den definierten Bereichen und der Koinzidenzgrenzfrequenz jeweils eine lineare Interpolation verwendet wird.

Dieses Kombinationsmodell führt zu folgendem Abstrahlgradverlauf über der Frequenz:

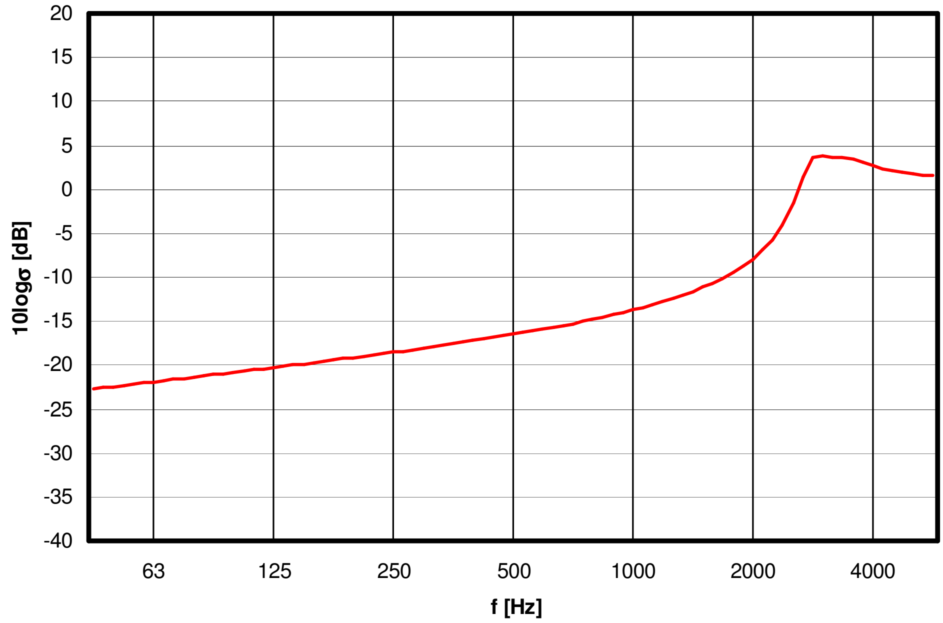


Abbildung 4.10: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Kombinationsmodell Timmel - Leppington

4.2.1.1.9 Modell von Heckl

Heckl wählt in [10] bei seinen Untersuchungen zum Abstrahlgrad von endlichen Platten eine Herangehensweise, die sich von allen anderen Modellen unterscheidet. Er betrachtet nicht die Abstrahlung in den Halbraum, sondern die Abstrahlung in einen Quader. Der Quader setzt sich aus der zu Biegeschwingungen angeregten Platte, einer der schwingenden Platte gegenüberliegenden vollkommen schallschluckenden Seite und senkrecht zur strahlenden Fläche befindlichen starren Wänden zusammen. Basierend auf diesem Gedankenmodell stellt Heckl nicht nur die Biegeschwingungen der angeregten Platte als Summe von Eigenfunktionen dar, sondern er stellt auch den von dieser Platte abgestrahlten Schalldruck als Summe von Eigenfunktionen dar. Aufbauend auf dieser Theorie untersucht Heckl die Schallleistung, die von gelenkig gelagerten Platten abgestrahlt wird, und leitet dafür Berechnungsformeln zur Bestimmung des Abstrahlgrades her. Die von Heckl angegebenen Formeln gelten allerdings nur im Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$. Ihre Gültigkeit beschränkt sich damit ausschließlich auf den Bereich unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz.

Für den Fall einer punktförmig angeregten, schwach gedämpften Platte gibt Heckl nachgestellte Berechnungsformel an:

$$\sigma = \frac{32}{\pi^3} \cdot \frac{c_L^2}{f_g^2 \cdot S} \qquad f\ddot{u}r \quad f < \frac{f_g}{\sqrt{2}} \tag{4.44}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

Daraus resultiert nachstehender frequenzunabhängiger Abstrahlgradverlauf:

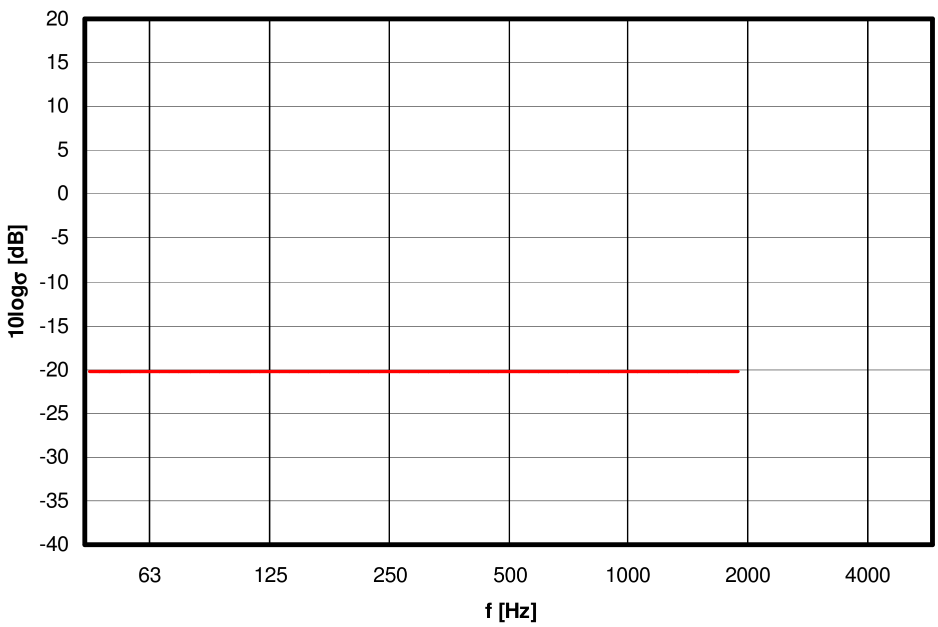


Abbildung 4.11: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Heckl

4.2.1.2 Feste Einspannung

Die Modelle für fest eingespannte Platten basieren alle auf den Modellen für gelenkig gelagerte Platten. Die Modelle für den fest eingespannten Fall kommen daher dadurch zustande, dass die Modelle für den gelenkigen Fall in geeigneter Art und Weise verändert werden.

4.2.1.2.1 Modell von Maidanik

Für den Fall von fest eingespannten Platten gibt Maidanik in [12] eine Erhöhung des Abstrahlgrades um „3 dB“ unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz bezogen auf den Fall einer gelenkig gelagerten Platte an. Diese Veränderung ergibt, angewendet auf das in Kapitel 4.2.1.1.1 für den gelenkigen Fall entwickelte „Modell von Maidanik - korrigiert“, nachfolgenden Abstrahlgradverlauf über der Frequenz:

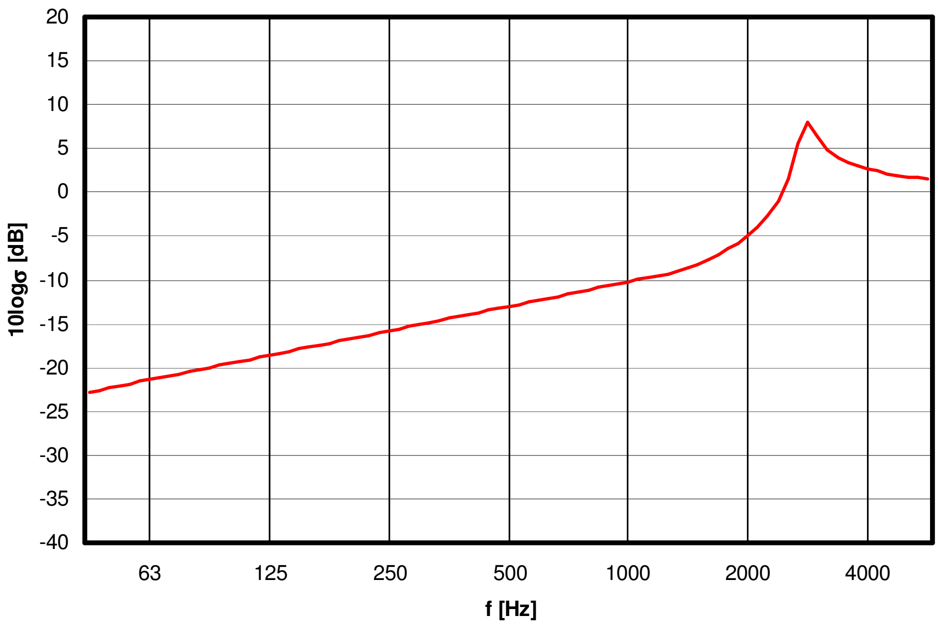


Abbildung 4.12: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Maidanik - korrigiert

Die angegebene Erhöhung des Abstrahlgrades wird nur bis zu jener Frequenz durchgeführt, bei welcher der Wert des Abstrahlgrades auch nach der Erhöhung noch kleiner ist als der Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz.

4.2.1.2.2 Modell von Price & Crocker

Price & Crocker geben in [14] für fest eingespannte Platten ebenfalls eine Erhöhung des Abstrahlgrades um „3 dB“ unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz bezogen auf ihr Modell für gelenkig gelagerte Platten, das in Kapitel 4.2.1.1.2 vorgestellt wurde, an.
Für den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades ergibt sich resultierend:

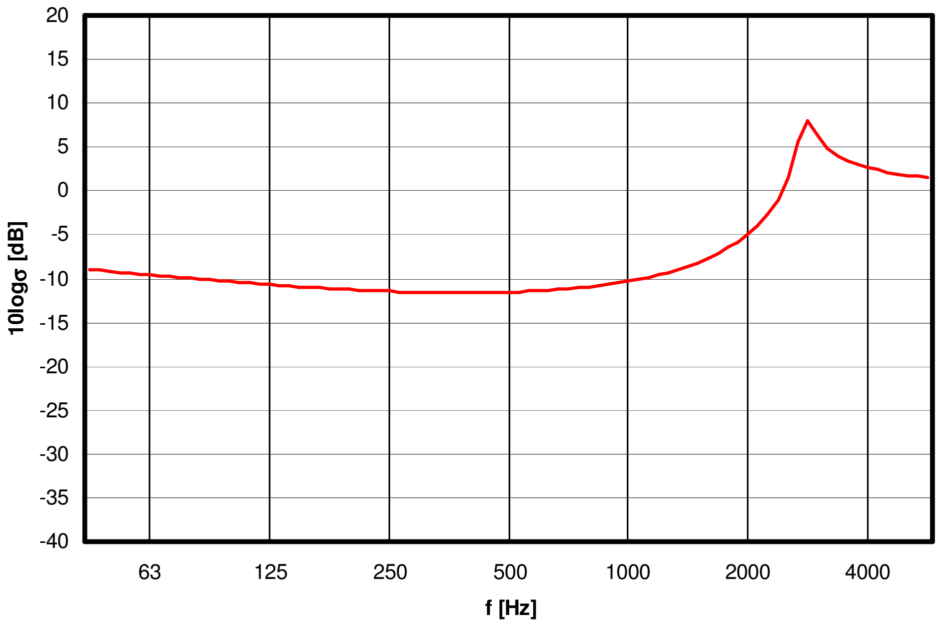


Abbildung 4.13: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Price & Crocker

Die angegebene Erhöhung des Abstrahlgrades wird wiederum nur bis zu jener Frequenz durchgeführt, bei welcher der Wert des Abstrahlgrades auch nach der Erhöhung noch kleiner ist als der Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz.

4.2.1.2.3 Modell von Leppington

Wie bereits erwähnt, stellt das Modell von Leppington im Vergleich zum Modell von Price & Crocker eine weitere Verbesserung des Ursprungsmodells von Maidanik dar. Deshalb wird die „3 dB“-Erhöhung des Abstrahlgrades unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz konsequenterweise auch auf das in Kapitel 4.2.1.1.3 beschriebene Modell von Leppington übertragen.
Dadurch ergibt sich folgender Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

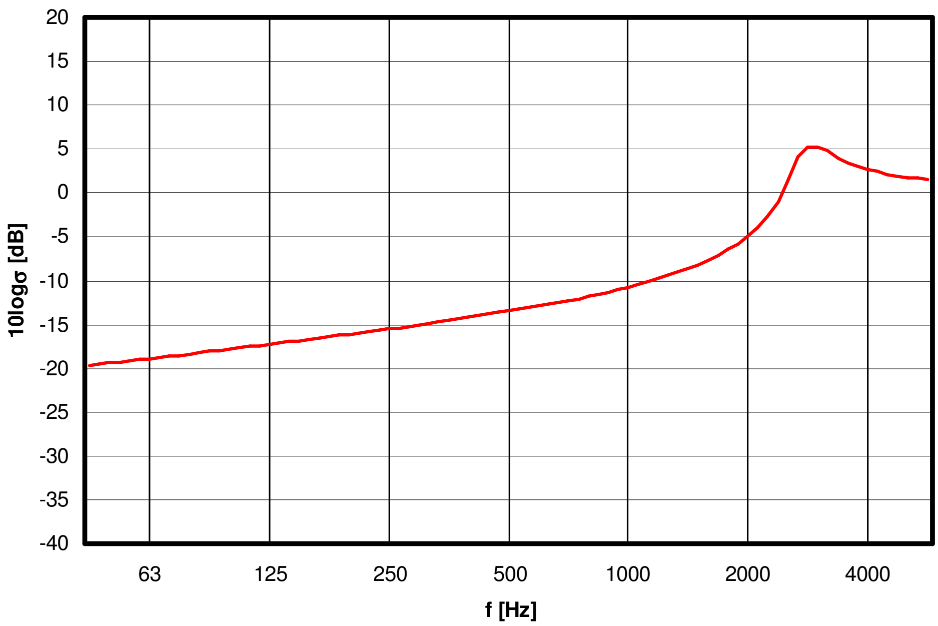


Abbildung 4.14: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Leppington

Die angegebene Erhöhung des Abstrahlgrades wird, analog zum Modell von Price & Crocker, nur bis zu jener Frequenz durchgeführt, bei welcher der Wert des Abstrahlgrades auch nach der Erhöhung noch kleiner ist als der Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz.

4.2.1.2.4 Modell von Ver & Holmer

Ver & Holmer geben in [16] für fest eingespannte Platten ebenfalls eine Erhöhung des Abstrahlgrades um „3 dB“ unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz bezogen auf ihr Modell für gelenkig gelagerte Platten, das in Kapitel 4.2.1.1.4 vorgestellt wurde, an. Allerdings grenzen sie den Frequenzbereich $f < \frac{c_L^2}{2 \cdot S \cdot f_g} \cdot \left[\frac{U^2}{8 \cdot S} - 1 \right]$ von dieser Maßnahme aus.

Daraus resultiert nachstehender Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

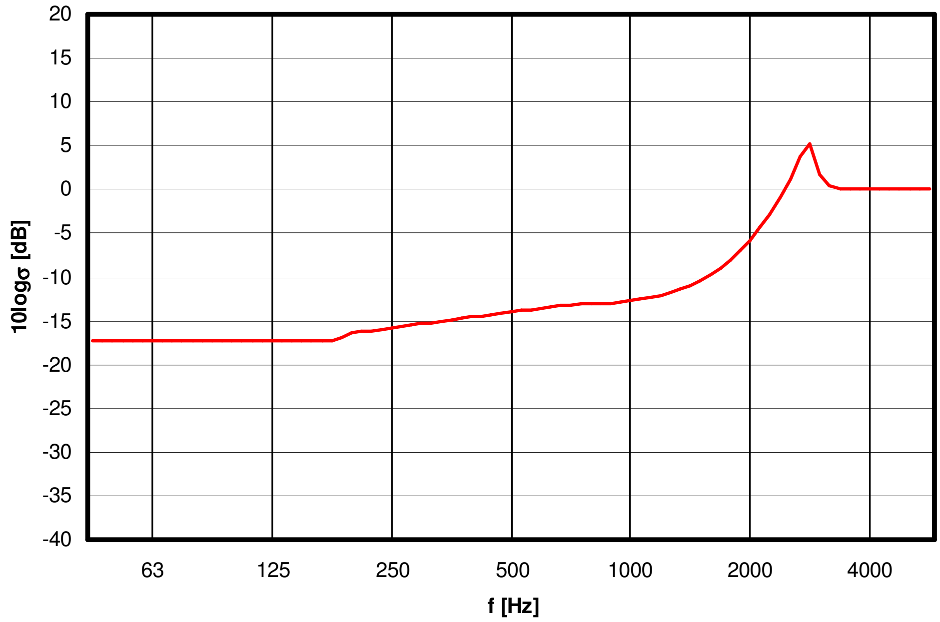


Abbildung 4.15: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Ver & Holmer

Die angegebene Erhöhung des Abstrahlgrades wird wiederum nur bis zu jener Frequenz durchgeführt, bei welcher der Wert des Abstrahlgrades auch nach der Erhöhung noch kleiner ist als der Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz.

4.2.1.2.5 Modell von Timmel

Timmel führt seine Untersuchungen nicht nur für den Fall von gelenkig gelagerten Platten durch (siehe Kapitel 4.2.1.1.8), sondern auch für fest eingespannte Platten. Er benutzt dazu ebenfalls das in [18] erwähnte Berechnungsverfahren, das er allerdings zu diesem Zweck im Hinblick auf die veränderten Randbedingungen anpasst.
Analog zum Fall der gelenkig gelagerten Platten bestimmt er mittels dieses Berechnungsmodells den Abstrahlgradverlauf für eine Vielzahl von fest eingespannten Platten und vergleicht diesen jeweils mit seinen Berechnungen für den gelenkigen Fall. Im nächsten Schritt nimmt Timmel sein Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker (siehe Kapitel 4.2.1.1.8), das er für den Fall von gelenkig gelagerten Platten entwickelt hat, als Grundlage, und führt anhand dieses Modells die Veränderungen durch, welche seines Erachtens im Hinblick auf die veränderte Randbedingung notwendig sind. Auf diese Weise ergibt sich das „Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker“. Zusätzlich wird das „Kombinationsmodell Timmel - Leppington“ entwickelt.

a) Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker

Bei allen durchgeführten Berechnungen zeigt sich laut Timmel, dass der Abstrahlgrad fest eingespannter Platten unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz größer ist als bei gelenkig gelagerten Platten. Dies sei um so mehr der Fall, je kleiner die Platte bezogen auf die Biegewellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz ist. Timmel kommt zu dem Schluss, dass sich dieser Einfluss mit Hilfe des Umfangs und der Biegewellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz gut erfassen lässt und gibt in [5] folgendes Berechnungsmodell für den Fall fest eingespannter Platten an:

$$\sigma \approx \begin{cases} \left[\dfrac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot 2 \cdot \left(\dfrac{f}{f_g}\right) \cdot g_1(\alpha) + \dfrac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha)\right] \cdot \left(\dfrac{f_g}{f}\right)^{\frac{10 \cdot \lambda_g}{U}} & \text{für} \quad f < f_g, \sigma < 1 \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{\dfrac{U}{\lambda_g}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{b}{a}} & \text{für} \quad f = f_g \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & \text{für} \quad f > 1{,}25 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.45}$$

mit: $$g_1(\alpha)=\begin{cases}\dfrac{4}{\pi^4}(1-2\cdot\alpha^2)\cdot\dfrac{1}{\alpha\cdot\sqrt{1-\alpha^2}} & \text{für} \quad f<0{,}5\cdot f_g\\ 0 & \text{für} \quad f>0{,}5\cdot f_g\end{cases} \tag{4.46}$$

$$g_2(\alpha)=\frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{(1-\alpha^2)\cdot\ln\left(\dfrac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)}\right)+2\cdot\alpha}{(1-\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{4.47}$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{4.48}$$

σ: Abstrahlgrad $[-]$

λ_L: Luftschallwellenlänge $[m]$

λ_g: Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S: Plattenfläche $[m^2]$

f: Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g: Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

U: Plattenumfang $[m]$

a, b: Plattenabmessungen, mit $a>b$ $[m]$

Die sich ergebenden undefinierten Frequenzbereiche unterhalb und oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz (siehe Kapitel 4.2.1.1.8, Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker) behebt Timmel, wie bereits erwähnt, indem er zwischen den definierten Bereichen und der Koinzidenzgrenzfrequenz jeweils eine lineare Interpolation verwendet. Dieses Berechnungsmodell unterscheidet sich von dem Modell für die gelenkig gelagerten Platten lediglich dadurch, dass der Ausdruck für den Frequenzbereich $f<f_g$, $\sigma<1$ mit dem Faktor $\left(\frac{f_g}{f}\right)^{\frac{10\cdot\lambda_g}{U}}$ multipliziert wird. Diese Näherung ist ebenso, wie die Näherung für die gelenkig gelagerten Platten, für bauübliche Platten (z. B. Beton, Gips) mit einem Seitenverhältnis kleiner als 3:1 entwickelt worden, bietet aber auch für andere dünne Platten (z. B. Stahl, Aluminium, Glas) und zum Teil auch für größere Seitenverhältnisse eine gute Orientierung.

Für den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades ergibt sich somit:

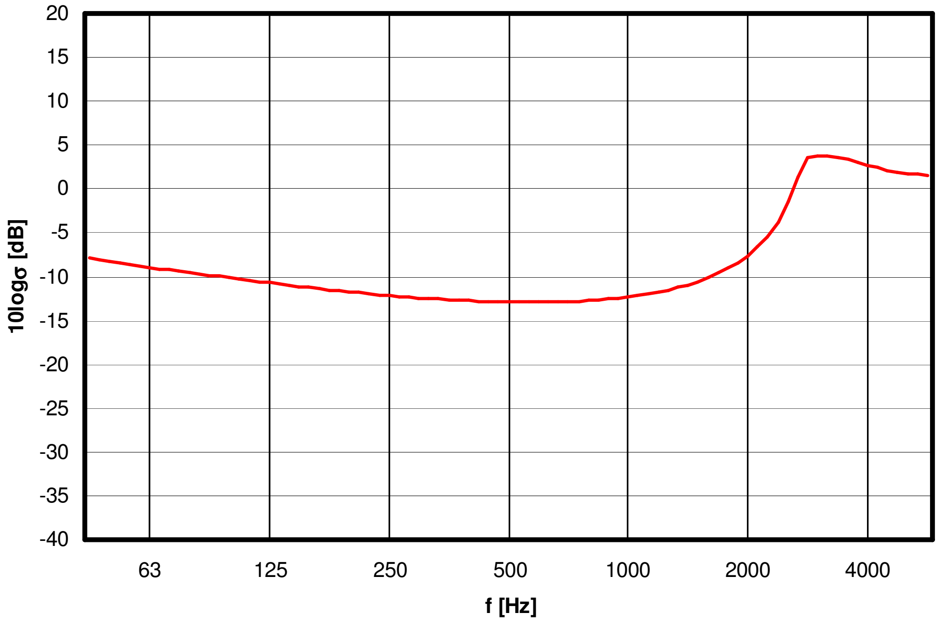


Abbildung 4.16: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker

b) Kombinationsmodell Timmel - Leppington

Wie bereits öfters erwähnt, stellt das Modell von Leppington im Vergleich zum Modell von Price & Crocker eine weitere Verbesserung des Ursprungsmodells von Maidanik dar. Deshalb werden die Veränderungen, die Timmel an dem Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker im Hinblick auf die fest eingespannten Ränder vornimmt, in analoger Weise auf das Kombinationsmodell Timmel - Leppington (siehe Kapitel 4.2.1.1.8) übertragen.
Dies führt zu nachstehendem Berechnungsmodell:

$$\sigma = \begin{cases} \left[\dfrac{a+b}{\pi \cdot \mu \cdot k_L \cdot a \cdot b \cdot \left(\mu^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \ln\left(\dfrac{\mu+1}{\mu-1}\right) + \dfrac{2 \cdot \mu}{\mu^2 - 1} \right\} \right] \cdot \left(\dfrac{f_g}{f}\right)^{\frac{10 \cdot \lambda_g}{U}} & f\ddot{u}r \quad f < f_g, \sigma < 1 \\ 0{,}45 \cdot \sqrt{\dfrac{U}{\lambda_g}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{b}{a}} & f\ddot{u}r \quad f = f_g \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & f\ddot{u}r \quad f > 1{,}25 \cdot f_g \end{cases} \tag{4.49}$$

mit: $\mu = \sqrt{\frac{f_g}{f}}$ (4.50)

σ : Abstrahlgrad $[-]$

a , b : Plattenabmessungen, mit $a > b$ $[m]$

k_L : Luftschallwellenzahl $\left[\frac{1}{m}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $\left[\frac{1}{s}\right]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

U : Plattenumfang $[m]$

Die sich ergebenden undefinierten Frequenzbereiche unterhalb und oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz (siehe Kapitel 4.2.1.1.8, Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker) werden wiederum behoben, indem zwischen den definierten Bereichen und der Koinzidenzgrenzfrequenz jeweils eine lineare Interpolation verwendet wird.
Dieses Kombinationsmodell führt zu folgendem Abstrahlgradverlauf über der Frequenz:

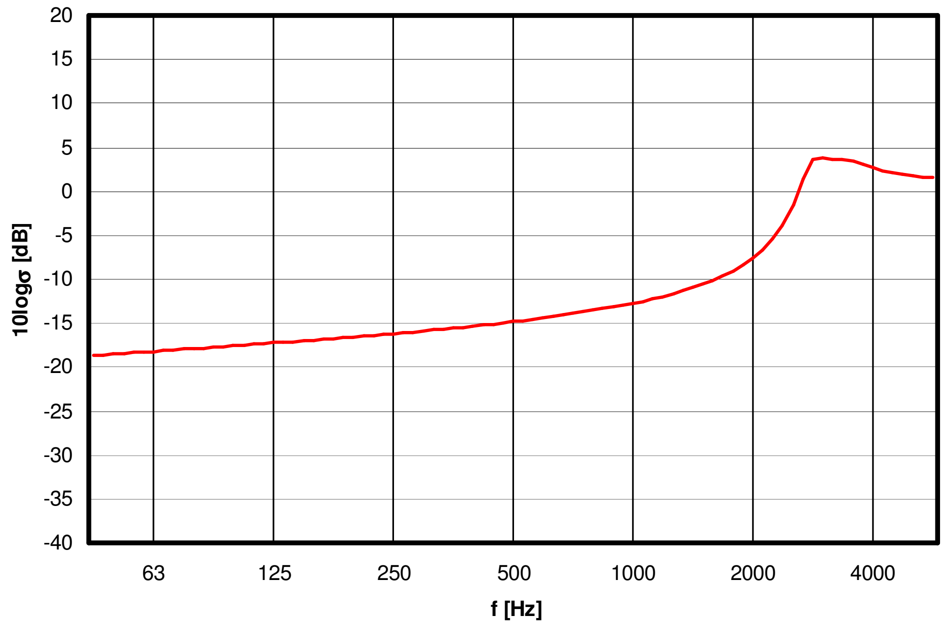


Abbildung 4.17: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Kombinationsmodell Timmel - Leppington

4.2.2 Modell für stark gedämpfte Platten (Modell von Heckl)

Heckl ist der einzige Autor, der für den Fall von stark gedämpften Platten eine sinnvolle Berechnungsformel zur Bestimmung des Abstrahlgrades angibt. Er betrachtet dabei die Schallleistung, die durch das Biegewellennahfeld im Bereich um die punktförmige Anregestelle abgestrahlt wird (siehe Kapitel 3.3). Die Art der Lagerung spielt bei stark gedämpften Platten normalerweise keine Rolle. Heckl gibt in [10] zusätzlich zu der Berechnungsformel für schwach gedämpfte Platten (siehe Kapitel 4.2.1.1.9) folgende Berechnungsformel für den Fall einer punktförmig angeregten, stark gedämpften Platte an:

$$\sigma = \frac{8}{\pi^3} \cdot \frac{c_L^2}{f_g^2 \cdot S} \qquad \text{für} \quad f < \frac{f_g}{\sqrt{2}} \tag{4.51}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

Für den Abstrahlgrad ergibt sich nachgestellter frequenzunabhängiger Verlauf:

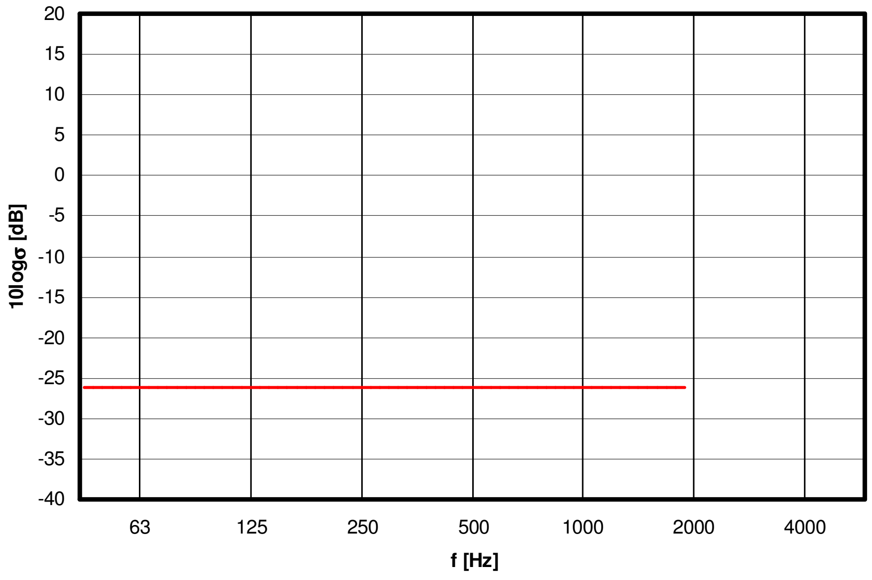


Abbildung 4.18: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Heckl

Es ist dabei allerdings zu beachten, dass Heckl an der Definition des Abstrahlgrades, so wie sie in Kapitel 2.1 vorgestellt wurde, für den Fall von stark gedämpften Platten eine kleine Veränderung vornimmt. Aufgrund der hohen Dämpfung der Platten werden die sich ausbildenden Biegewellen bereits in unmittelbarer Nähe der Anregestelle stark gedämpft. Damit ist die Schnelle sehr stark ortsabhängig. Eine „Mittelwertbildung der Schnelle" über die gesamte Fläche einer Platte ist nach Heckl daher wenig sinnvoll. Deshalb bezieht Heckl die abgestrahlte Schallleistung im Fall von stark gedämpften Platten bei der Bildung des Abstrahlgrades nicht auf die „mittlere Schnelle" einer Platte, sondern nur auf die Schnelle an der Anregestelle.

Somit gilt für den Abstrahlgrad:

$$\sigma = \frac{P}{\rho_0 \cdot c_0 \cdot \tilde{v}^2 \cdot S} \tag{4.52}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

P : abgestrahlte Schallleistung der Platte $[W]$

$\rho_0 \cdot c_0$: Schallkennimpedanz der Luft $\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$ ($\approx 408 \frac{Ns}{m^3}$ bei 20°C)

$\tilde{v}^2$: Effektivwertquadrat der Plattenschnelle an der Anregungsstelle $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

4.3 Modelle für linienförmig angeregte Platten

In diesem Teilkapitel werden jene Modelle vorgestellt, die auf einer linienförmigen Anregung der Platten basieren. Da vorausgesetzt wird, dass die Linienquelle parallel zu den Plattenrändern angeordnet ist und die gleiche Höhe bzw. Länge wie die angeregte Platte aufweist, handelt dieses Teilkapitel von der Beschreibung des eindimensionalen Schwingungsfalles einer Platte. Es wird dabei zwischen schwach gedämpften Platten und stark gedämpften Platten unterschieden. Für diesen Anregungsfall existieren in der Literatur nur wenige Modelle.

4.3.1 Modelle für schwach gedämpfte Platten

Mit einer Ausnahme gehen alle Autoren bei ihren Untersuchungen von schwach gedämpften Platten aus. Sie betrachten also vor allem die Schallleistung, die von den Rändern der Platten abgestrahlt wird (siehe Kapitel 3.2.1). Demzufolge kommt der Lagerungsart der Platten eine große Bedeutung zu. Im Folgenden werden die Modelle für schwach gedämpfte Platten, unterteilt nach der Art ihrer Lagerung an den Rändern, vorgestellt.

4.3.1.1 Gelenkige Lagerung

4.3.1.1.1 Modell von Cremer & Heckl

Die Herangehensweise von Cremer & Heckl, die bereits in Kapitel 4.2.1.1.7 ausführlich beschrieben wurde, führt für den eindimensionalen Fall zu folgender Näherungslösung [11]:

$$\sigma \approx \begin{cases} \dfrac{\lambda_g}{\pi \cdot l} & \text{für} \quad f \leq 0{,}5 \cdot f_g \\ \dfrac{2}{3} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot l}{\lambda_g}} & \text{für} \quad f = f_g \\ 1 & \text{für} \quad f >> f_g \end{cases} \tag{4.53}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

l : Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

f : Frequenz $\left[\dfrac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

Der von Gleichung (4.53) nicht erfasste Frequenzbereich $0{,}5 \cdot f_g < f < f_g$ wird von Cremer & Heckl in gleicher Weise wie bei der punktförmigen Anregung behoben (siehe Kapitel 4.2.1.1.7), d. h., dieser Bereich wird mittels einer Geraden (bezogen auf eine logarithmische Frequenzachse) überbrückt. Bezüglich des Abstrahlgradverlaufes im

Bereich $f > f_g$ und bezüglich des Ausdrucks $f >> f_g$ machen Cremer & Heckl keine präziseren Angaben.

Insgesamt ergibt sich nachstehender Abstrahlgradverlauf über der Frequenz:

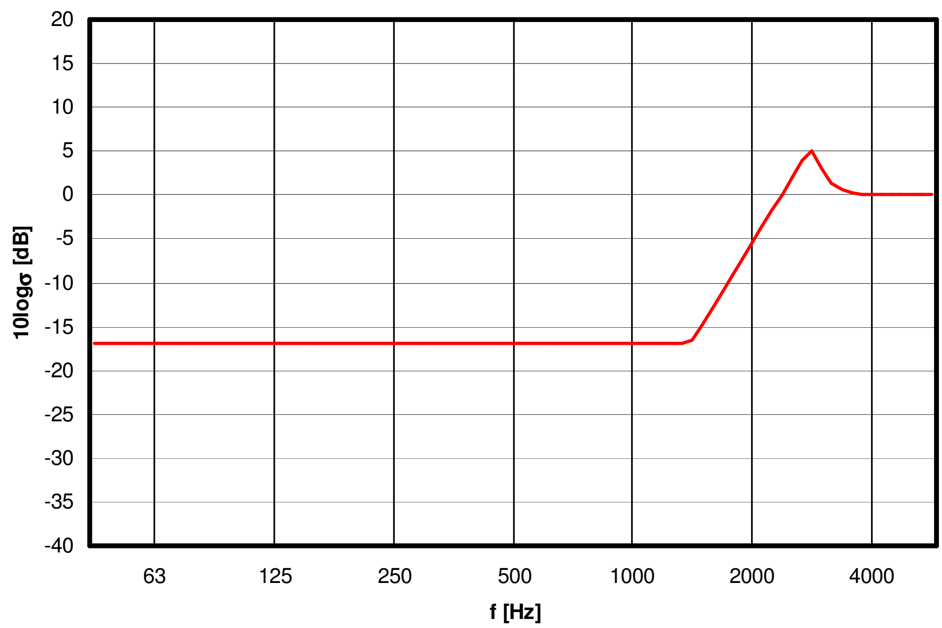


Abbildung 4.19: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Cremer & Heckl

Vergleicht man diesen Frequenzverlauf mit der Abbildung 4.7, die den Frequenzverlauf des Modells von Cremer & Heckl für den Fall der Punktanregung beschreibt, stellt man fest, dass es im Frequenzbereich $f > 0{,}5 \cdot f_g$ zwischen der Punkt- und der Linienanregung nur geringe Unterschiede gibt. Im Frequenzbereich $f < 0{,}5 \cdot f_g$ führt das Modell für die Linienanregung allerdings zu größeren Werten des Abstrahlgrades und ist im Gegensatz zu dem Modell für die Punktanregung frequenzunabhängig.

4.3.1.1.2 Modell von Heckl

Für den Fall einer linienförmig angeregten, schwach gedämpften Platte gibt Heckl in [10], entsprechend der in Kapitel 4.2.1.1.9 beschriebenen Vorgehensweise, nachstehende Berechnungsformel an:

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{c_L}{f_g \cdot l} \qquad \textit{für} \quad f < \frac{f_g}{\sqrt{2}} \tag{4.54}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ $(343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

l : Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

Für den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades ergibt sich somit:

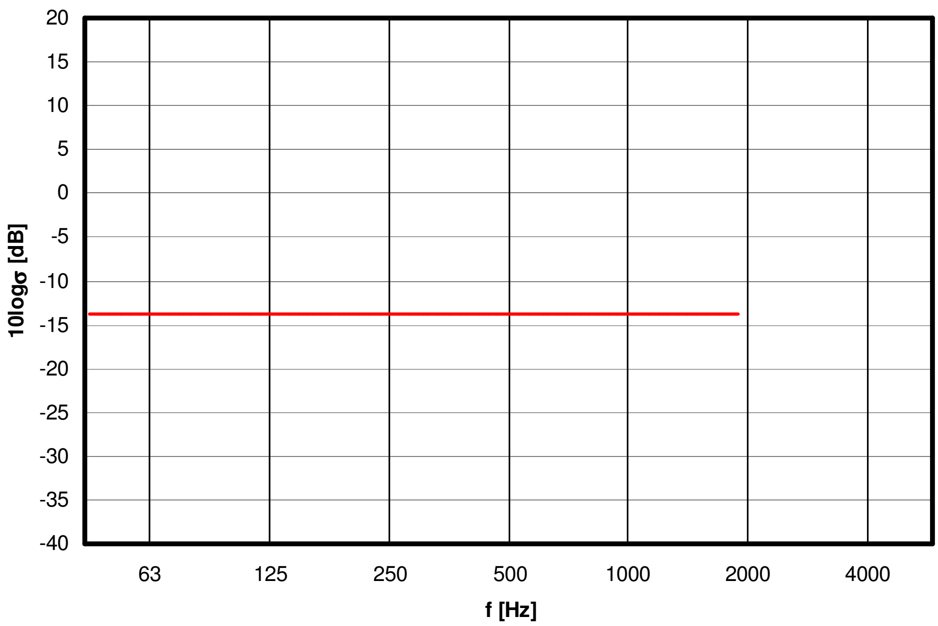


Abbildung 4.20: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Heckl

Vergleicht man diesen Frequenzverlauf mit der Abbildung 4.11, die den Frequenzverlauf des Modells von Heckl für den Fall der Punktanregung beschreibt, erkennt man, dass das Modell für die Linienanregung zu größeren Werten des Abstrahlgrades führt als das Modell für die Punktanregung.

4.3.1.1.3 Modell von Gösele

Gösele untersucht in [21] die Schallabstrahlung von Platten mit endlichen Abmessungen. Für den Fall einer gelenkig gelagerten Platte gibt Gösele folgende Näherungslösung an:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} \cdot \dfrac{f_{0_G}}{f_g} \cdot \dfrac{\left(2 - \dfrac{f}{f_g}\right)}{\left(1 - \dfrac{f}{f_g}\right)^{\frac{3}{2}}} & \textit{für} \quad f_{0_G} < f < f_g \\ 0{,}94 \cdot \sqrt{\dfrac{f_g}{f_{0_G}}} & \textit{für} \quad f = f_g \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & \textit{für} \quad f > f_g > f_{0_G} \end{cases} \tag{4.55}$$

mit: $$f_{0_G} = \frac{c_L}{l} \tag{4.56}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $\left[\frac{1}{s}\right]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

l : Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

Diese Näherungslösung basiert auf dem von Gösele gewählten Ansatz für stehende Wellen auf Platten. Gösele macht außerdem einen Ansatz für fortschreitende ebene Wellen auf Platten, um sich auf diese Weise von den verschiedenen wählbaren Randbedingungen zu lösen. Dieser Ansatz entspricht jedoch nicht den im praktischen Fall auftretenden stehenden Wellen. Deshalb wird ausschließlich der Ansatz von Gösele betrachtet, der auf stehenden Wellen basiert. Dabei setzt Gösele allerdings eine linienförmige Anregung der Platten voraus. Des weiteren müssen die Platten in der Ausbreitungsrichtung immer mehrere Biegewellenlängen lang sein. Dies ergibt folgenden Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

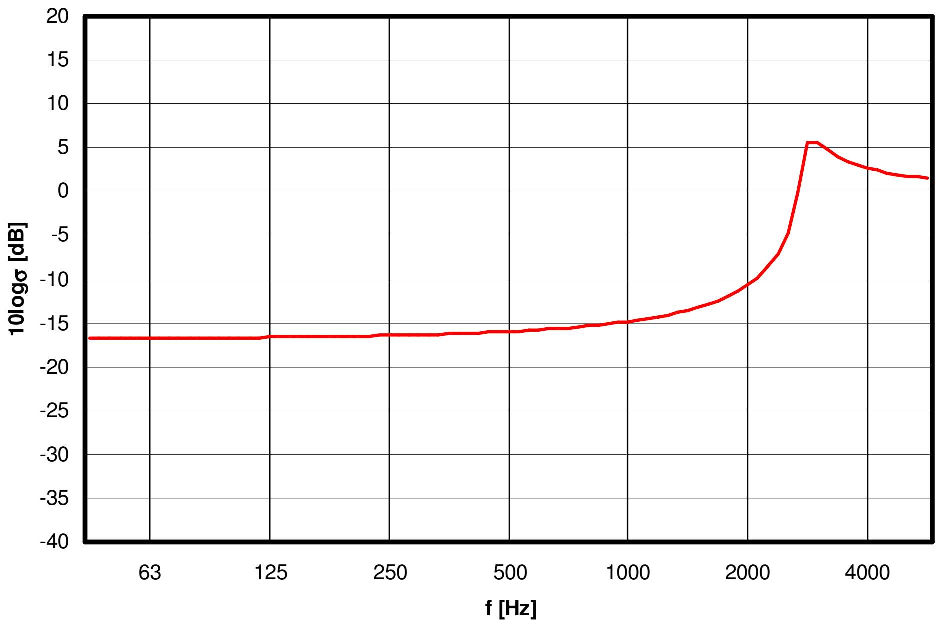


Abbildung 4.21: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Gösele

4.3.1.2 Freie Lagerung (Modell von Gösele)

Gösele führt seine Untersuchungen in [21] nicht nur für gelenkig gelagerte Platten durch (siehe Kapitel 4.3.1.1.3), sondern auch für frei gelagerte Platten. Gösele setzt dabei wiederum eine linienförmige Anregung der Platten voraus, und die Platten müssen in der Ausbreitungsrichtung immer mehrere Biegewellenlängen lang sein.
Gösele ist der einzige Autor, der für die freie Lagerung ein sinnvolles Berechnungsmodell angibt, allerdings nur für die linienförmige Anregung.

Für diesen Fall gibt er nachgestellte Näherungslösung an:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} \cdot \dfrac{f \cdot f_{0_G}}{f_g^2} \cdot \left(1 - \dfrac{f}{f_g}\right)^{-\frac{3}{2}} & \text{für} \quad f_{0_G} < f < f_g \\ 0{,}94 \cdot \sqrt{\dfrac{f_g}{f_{0_G}}} & \text{für} \quad f = f_g \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{f_g}{f}}} & \text{für} \quad f > f_g > f_{0_G} \end{cases} \tag{4.57}$$

mit: $$f_{0_G} = \frac{c_L}{l} \tag{4.58}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $\left[\frac{1}{s}\right]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

l : Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

Dies führt zu nachfolgendem Frequenzverlauf des Abstrahlgrades:

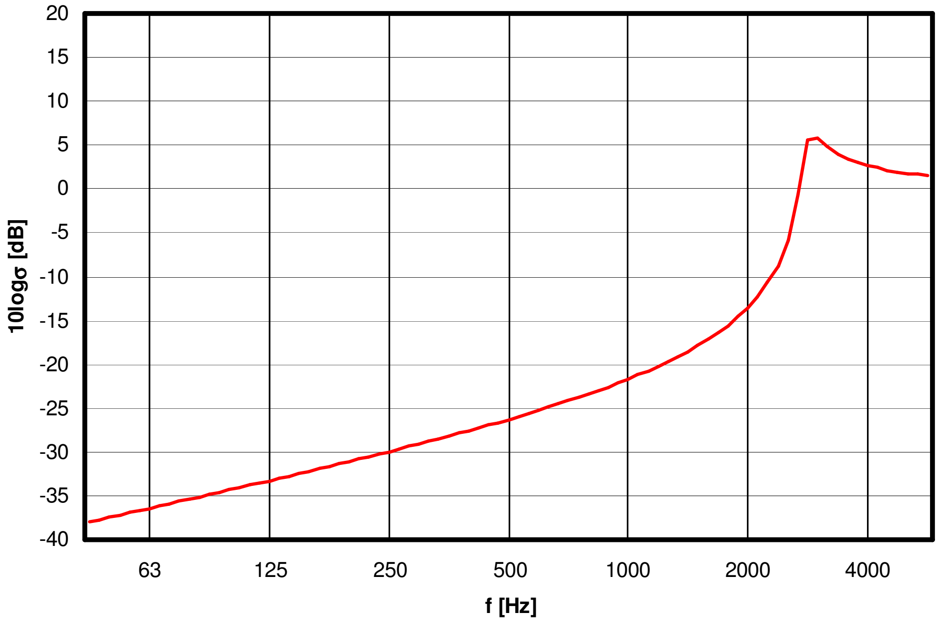


Abbildung 4.22: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Gösele

Vergleicht man diesen Frequenzverlauf mit der Abbildung 4.21, die den Frequenzverlauf des Modells von Gösele für den Fall der gelenkigen Lagerung beschreibt, erkennt man, dass die Werte des Abstrahlgrades im tieffrequenten Bereich bei der freien Lagerung deutlich kleiner sind als bei der gelenkigen Lagerung. Dieser Sachverhalt wird auch durch Messungen bestätigt. Der Grund dafür ist, dass der „hydrodynamische Kurzschluss" an den Rändern bei der freien Lagerung im Vergleich zur gelenkigen Lagerung weniger stark gestört ist.

4.3.2 Modell für stark gedämpfte Platten (Modell von Heckl)

Heckl ist wiederum der einzige Autor, der für den Fall von stark gedämpften Platten eine sinnvolle Berechnungsformel zur Bestimmung des Abstrahlgrades angibt. Er betrachtet dabei die Schallleistung, die durch das Biegewellennahfeld im Bereich der linienförmigen Anregestelle abgestrahlt wird (siehe Kapitel 3.3). Die Art der Lagerung spielt bei stark gedämpften Platten normalerweise keine Rolle.

Heckl gibt in [10] zusätzlich zu der Berechnungsformel für schwach gedämpfte Platten (siehe Kapitel 4.3.1.1.2) folgende Berechnungsformel für den Fall von linienförmig angeregten, stark gedämpften Platte an:

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{c_L}{f_g \cdot l} \qquad \text{für} \quad f < \frac{f_g}{\sqrt{2}} \tag{4.59}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $[Hz]$

l : Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

Diese Berechnungsformel für den Abstrahlgrad ist identisch mit der in Gleichung (4.54) angegebenen Berechnungsformel für linienförmig angeregte, schwach gedämpfte Platten. Sie beruht jedoch auf einer etwas anderen Definition des Abstrahlgrades (siehe Kapitel 4.2.2), die für den Fall von linienförmig angeregten, stark gedämpften Platten in analoger Weise gilt. Somit ergibt sich folgender frequenzunabhängiger Abstrahlgradverlauf:

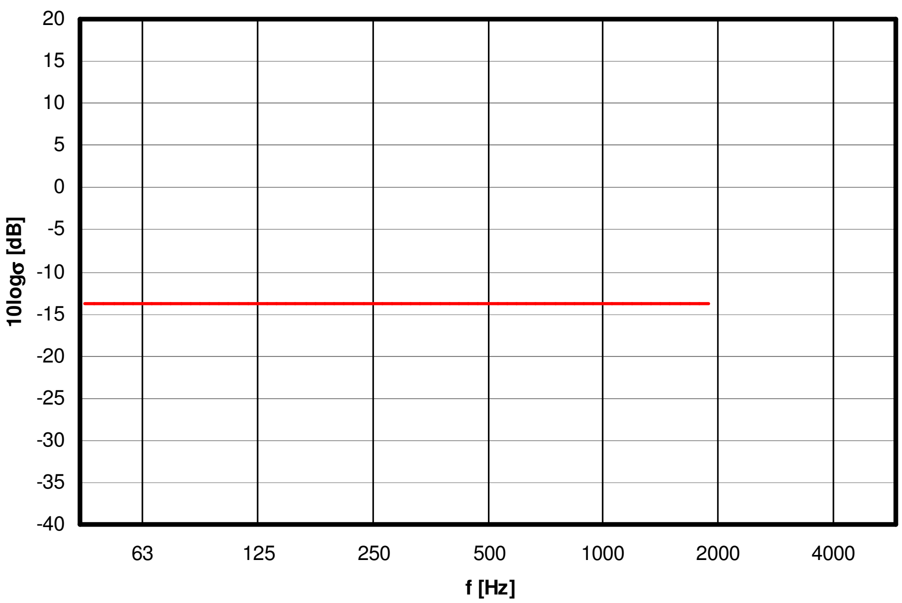


Abbildung 4.23: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes nach Berechnungsmodell von Heckl

5 Messung des Abstrahlgrades

In der Literatur sind nur sehr wenige aussagekräftige Messergebnisse für den Abstrahlgrad von biegeweichen Rechteckplatten vorhanden. Um die Ziele dieser Diplomarbeit zu erreichen, bestand somit die Notwendigkeit diesbezüglich eigene Untersuchungen durchzuführen.

5.1 Versuchsaufbau

Der Aufbau der Prüfobjekte erfolgte jeweils in der Prüföffnung des Türenprüfstandes im Fraunhofer-Institut für Bauphysik. Anhang A Abbildung A.1 und Anhang A Tabelle A.1 geben Aufschluss über die bauliche Situation. Im Folgenden wird der Prüfaufbau detailliert beschrieben.

5.1.1 Plattenmaterialien

Die Grundlage für die Untersuchungen bildeten biegeweiche Rechteckplatten aus drei unterschiedlichen Materialien:

- Gipskartonbauplatte
- Holzspanplatte
- Aluminiumplatte

Holzspanplatten und vor allem Gipskartonbauplatten sind in der Baupraxis sehr verbreitet. Das Ziel dieser Diplomarbeit besteht unter anderem darin, praxisrelevante Aussagen bezüglich des Abstrahlgrades zu treffen. Dies ist durch die Wahl dieser beiden Plattenmaterialien gegeben. Die Aluminiumplatte unterscheidet sich in ihren Platteneigenschaften deutlich von den beiden anderen Platten. Durch die Hinzunahme dieser Plattenart wird ein breites Spektrum an unterschiedlichen Bauteileigenschaften abgedeckt. Die genauen Plattendaten sind Anhang B Tabelle B.1 zu entnehmen.

5.1.2 Randbedingungen

Wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben, kommt bei endlichen Platten der Lagerungsart der Ränder eine große Bedeutung zu. In dieser Arbeit werden drei verschiedene Einspannbedingungen messtechnisch untersucht:

- allseitig gelenkig gelagerte Ränder
- allseitig fest eingespannte Ränder
- allseitig frei gelagerte Ränder

Das Ziel dieser Arbeit besteht unter anderem darin, die Genauigkeit der aus der Literatur bekannten Berechnungsmodelle zu überprüfen. Die grundlegende Voraussetzung dafür ist, dass die für die Messungen des Abstrahlgrades gewählten Randbedingungen der Platten mit den Lagerbedingungen übereinstimmen, die den theoretischen Modellen zugrunde liegen. Dies ist durch die Wahl dieser Einspannbedingungen gewährleistet. Weiterhin soll herausgearbeitet werden, mit welchem Berechnungsmodell sich für die Praxis zuverlässige Vorhersagen bezüglich des Abstrahlgrades treffen lassen. Die in der Praxis vorkommenden Randbedingungen sind zwar nie genau bekannt, lassen sich jedoch nach Angaben verschiedener Autoren in einem Bereich zwischen ideal gelenkiger und ideal eingespannter Lagerung einordnen. Somit kommt man durch die Wahl dieser Lagerungsarten gleichzeitig auch der Praxis sehr nahe.
Die allseitige Lagerung der Rechteckplatten wurde in Übereinstimmung mit den Theoriemodellen gewählt. Die gelenkige Lagerung wurde durch eine sogenannte Schneiden-lagerung nachgebildet. Die feste Einspannung wurde dadurch realisiert, dass die Platten an ihren Rändern zwischen zwei Holzbauteile eingeklemmt wurden. Die exakten Konstruktionen sind Anhang A Abbildung A.2 zu entnehmen. Die freie Lagerung wurde näherungsweise umgesetzt, indem die Platten an der Unterseite jeweils auf zwei entsprechend dimensionierte Elastomerlager gestellt wurden, und an der Oberseite durch zwei Schrauben, die jeweils durch weiche Elastomerelemente von den Platten getrennt waren, gegen Umkippen gesichert wurden (siehe Anhang K Bild K.1 und Bild K.2). Alle anderen Randbereiche der Platten konnten sich frei bewegen.
Die „abstrahlende“ Fläche der Platten im eingebauten Zustand hängt von der jeweiligen Randbedingung ab (siehe Anhang A Tabelle A.2).

5.2 Messtechnik

Alle eingesetzten Messgeräte sind in Anhang C Tabelle C.1 aufgelistet. In diesem Kapitel wird die prinzipielle Funktionsweise der wichtigsten Messgeräte vorgestellt.

5.2.1 Körperschallquelle

Die Erzeugung von Körperschall kann transient oder stationär erfolgen. Die Durchführung der Messungen zur Bestimmung des Abstrahlgrades von Platten erfolgte mittels stationärer Körperschallanregung. Dazu wurde ein Schwingerreger (Shaker) verwendet, der nach dem elektrodynamischen Prinzip arbeitet. Der Shaker besteht aus einer Tauchspule, die beweglich auf einem Permanentmagneten angeordnet ist (siehe Abbildung 5.1).
Durch die Speisung mittels eines externen Wechselstroms werden die Spule und die daran befestigte Gewindeplatte in Schwingung versetzt. Der Shaker wird von einem Rausch- bzw. Signalgenerator über einen Verstärker angesteuert.

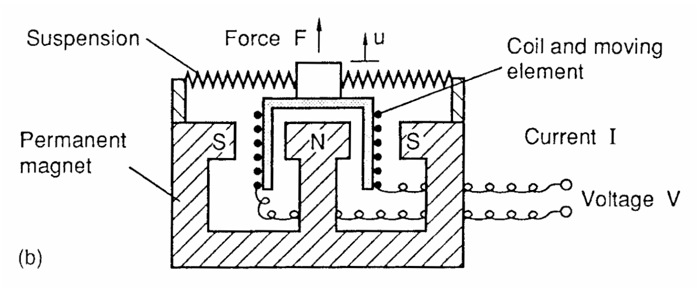


Abbildung 5.1: Schematischer Aufbau eines Shakers [22]

5.2.2 Laservibrometer

Mit Hilfe eines Laservibrometers (siehe Abbildung 5.2) kann man die Schnelle von vibrierenden Strukturen bestimmen. Dies hat gegenüber der Schnellemessung mit einem Beschleunigungsaufnehmer den Vorteil, dass die Messung berührungslos erfolgt. Eine mögliche Fehlerquelle, welche sich durch die zusätzlich auf den Platten angebrachte Masse eines Beschleunigungsaufnehmers ergibt, wird dadurch vermieden. Besonders im Fall der verwendeten Platten, die alle ein relativ geringes Gewicht aufweisen, ist dies von Vorteil.

Das Laservibrometer arbeitet nach dem Laser-Doppler-Prinzip. Das Licht des Lasers wird in einem ersten Strahlleiter in einen Messstrahl und in einen Referenzstrahl geteilt. Der Messstrahl durchläuft einen zweiten Strahlleiter und wird mit Hilfe der Linse auf das vibrierende Messobjekt fokussiert. Das reflektierte Licht erfährt durch die Bewegung des Messobjekts eine Frequenzverschiebung (Dopplerverschiebung), die proportional zur Schnelle der schwingenden Oberfläche ist. Ein Teil des reflektierten Lichts wird von der Frontlinse empfangen und mittels des zweiten Strahlleiters auf einen dritten Strahlleiter gelenkt, in dem sich Mess- und Referenzstrahl überlagern (Interferenz). Die Frequenzverschiebung zwischen Mess- und Referenzstrahl bewirkt am dritten Strahlleiter eine Intensitätsmodulation des Lichts, die mittels zweier Detektoren in ein elektrisches Signal umgewandelt wird.

Abbildung 5.2: Ein-Punkt-Laservibrometer

5.2.3 Beschleunigungsaufnehmer

Mittels eines Beschleunigungsaufnehmers lassen sich mechanische Bewegungsgrößen erfassen. Im Zuge dieser Diplomarbeit kam vereinzelt ein Beschleunigungsaufnehmer zum Einsatz, der nach dem piezoelektrischen Prinzip arbeitet (siehe Abbildung 5.3). Dieser wird auch als piezoelektrischer Wandler bezeichnet. Ein piezoelektrischer Wandler besteht im Wesentlichen aus einem Piezoelement, an dem eine sogenannte seismische Masse angebracht ist. Wird diese aufgrund der Einwirkung einer mechanischen Kraft deformiert, setzt das Piezoelement eine Ladung frei, die der einwirkenden Kraft proportional ist. Die Verbindung zwischen Kraft und Beschleunigung wird über das zweite Newton'sche Axiom hergestellt. Zwecks der Umwandlung von einem Ladungssignal zu einer Spannung und zur Verstärkung des Signals, wird dem Beschleunigungsaufnehmer ein Vorverstärker nachgeschaltet. Dieser führt unter anderem auch die Integration des Beschleunigungssignals zum Schnellesignal durch und unterdrückt unerwünschte Signalanteile. Der nutzbare Frequenzbereich von Beschleunigungsaufnehmern ist zu hohen Frequenzen durch Resonanzeffekte begrenzt. Einerseits bildet der Beschleunigungsaufnehmer durch seinen Aufbau (Gehäuse-Piezoelement-seismische Masse) selbst ein Feder-Masse-System, das eine Resonanzfrequenz besitzt. Andererseits entsteht durch die Ankopplung des Beschleunigungsaufnehmers an eine Struktur in Verbindung mit der begrenzten Steife der Befestigung ein weiteres Feder-Masse-System. Die daraus resultierende Resonanzfrequenz hängt von der Art der verwendeten Befestigung (z. B. Klebewachs) ab.

Abbildung 5.3: Beschleunigungsaufnehmer

5.2.4 Luftschallquelle

Im Gegensatz zu normalen Lautsprechern, die im alltäglichen Leben als Luftschallquellen eingesetzt werden, kommen in der Bauakustik in der Regel Dodekaeder (siehe Abbildung 5.4) zum Einsatz. Dabei handelt es sich um Lautsprechersysteme mit einer Rundumcharakteristik. Damit wird das theoretische Gebilde einer Kugelschallquelle näherungsweise nachgebildet.

Abbildung 5.4: Dodekaeder

5.2.5 Mikrofon

In der akustischen Messtechnik werden heutzutage in der Regel Kondensatormikrofone verwendet, die sich durch eine hohe Empfindlichkeit und Genauigkeit auszeichnen. In Abbildung 5.5 wird der Aufbau eines Kondensatormikrofons gezeigt. Das Kernstück des Mikrofons wird durch die Mikrofonmembran samt Rückplatte gebildet. Diese sind in einem Abstand von ca. 20 µm angebracht und bilden den eigentlichen Kondensator, der mit 200 V polarisiert ist. Der Schalldruck an der Membran lenkt diese aus und verändert den Abstand zwischen Membran und Rückplatte. Dies führt zu einer Kapazitätsänderung, die von einem Vorverstärker in eine Spannungsänderung umgewandelt und gleichzeitig verstärkt wird. Zur praktischen Anwendung wird dem Mikrofon eine Empfindlichkeit zugeordnet, die den Schalldruck und die Spannung miteinander in Verbindung setzt.

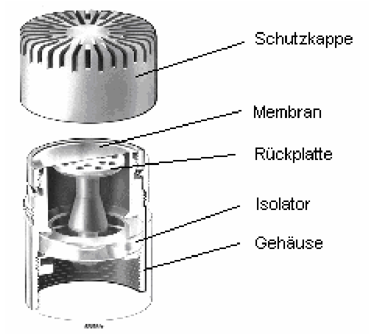


Abbildung 5.5: Aufbau eines Kondensatormikrofons [23]

5.2.6 Signalanalysator

Zur Signalanalyse wurde ein zweikanaliger Echtzeitanalysator (siehe Abbildung 5.6) verwendet. Das Gerät erlaubte es Frequenzspektren bis hinab zu 1/24-Oktave zu messen. Durchgeführt wurden die Messungen in 1/12-Oktave.

Abbildung 5.6: Echtzeitanalysator

5.3 Messtechnische Durchführung

Messzeitraum:	23.09.2006 - 20.11.2006
Messort:	Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Nobelstraße 12, 70569 Stuttgart
Prüfstand:	Türenprüfstand, bestehend aus den Räumen P 9B und P 10B; P 9B: Prüfraum (siehe Anhang A Abbildung A.1 und Anhang A Tabelle A.1)
Filterbandbreite:	1/12-Oktave (Messung des Abstrahlgrades) 1/3-Oktave (Messung der Nachhallzeit)
Messbereich:	45,97 - 5463,87 Hz (Messung des Abstrahlgrades) 50 - 5000 Hz (Messung der Nachhallzeit)

Zur Bestimmung des Abstrahlgrades benötigt man aus messtechnischer Sicht einerseits die „mittlere Schnelle“ auf der schwingenden Platte und andererseits die von der Platte abgestrahlte Schallleistung (siehe Gleichung (2.1)).
Die Ermittlung der „mittleren Schnelle“ auf der schwingenden Platte erfolgte durch den Einsatz eines Ein-Punkt-Laservibrometers. Dazu wurde auf den Platten ein Messraster festgelegt, das auf allen drei eingesetzten Platten identisch war. Der Abstand zwischen den einzelnen Gitterpunkten betrug in x-Richtung und in y-Richtung jeweils 16 cm. Dadurch ist, unter Berücksichtigung der jeweiligen Biegewellenlängen nach Gleichung (2.7) für die drei Platten, sichergestellt, dass man im gesamten betrachteten Frequenzbereich einen aussagekräftigen Wert für die „mittlere Schnelle“ auf den Platten erhält. Die Grundlage für die Wahl des Gitterpunktabstandes bildete unter anderem die in [24] beschriebene Vorgehensweise zur Festlegung eines Messrasters. Direkt an den Einspannstellen der Platten ist das Körperschallfeld gestört. Aus diesem Grund hatten die äußeren Gitterpunkte einen Abstand von ca. 10 cm in Bezug auf die Randeinspannung (für den Fall einer gelenkigen Lagerung bzw. festen Einspannung). Insgesamt ergab sich ein aus 55 Punkten bestehendes Messraster (siehe Anhang A Abbildung A.3 und Anhang K Bild K.3). Der Bereich um die Anregestelle wurde im Detail untersucht. Dabei zeigte sich, dass dieser Bereich durch das gewählte Messraster einigermaßen korrekt in die „mittlere Schnelle“ mit einfließt. Jeder Gitterpunkt wurde mit einer Reflexionsfolie beklebt, um ein optimales Lasersignal zu erhalten. Die Mittelungszeit bei der Schnellemessung betrug jeweils 30 s.

Die in den Prüfraum abgestrahlte Schallleistung lässt sich über folgende Beziehungen bestimmen [25]:

$$L_W = 10 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_0}\right) \tag{5.1}$$

mit: $$L_W = L_p + 10 \cdot \lg\left(\frac{A}{4}\right) \tag{5.2}$$

L_W : Schallleistungspegel der Platte im Prüfraum $[dB]$

P : in den Prüfraum abgestrahlte Schallleistung der Platte $[W]$

P_0 : Bezugsschallleistung $(=10^{-12} W)$

L_p : Schalldruckpegel im Diffusfeld des Prüfraumes $[dB]$

A : äquivalente Schallabsorptionsfläche des Prüfraumes $[m^2]$

Der räumlich und zeitlich gemittelte Schalldruckpegel wurde in Anlehnung an DIN EN ISO 140-3 [26] mittels eines Kondensatormikrofons gemessen. Die räumliche Mittelung erfolgte durch punktweise Abtastung mit einem Einzelmikrofon. Der gemittelte Schalldruckpegel setzt sich insgesamt aus 16 unabhängigen Einzelmessungen zusammen (8 Mikropositionen mit jeweils 2 verschiedenen Messhöhen). Die zeitliche Mittelung wurde über die Messzeit durchgeführt. Diese betrug bei jeder Einzelmessung 30 s.

Die äquivalente Schallabsorptionsfläche des Prüfraumes ergibt sich aus der Messung der Nachhallzeit im Prüfraum in Verbindung mit der Sabine'schen Nachhallformel [25]:

$$T = 0{,}16 \cdot \frac{V}{A} \tag{5.3}$$

T : Nachhallzeit im Prüfraum $[s]$

V : Raumvolumen $[m^3]$

A : äquivalente Schallabsorptionsfläche des Prüfraumes $[m^2]$

Die Nachhallzeit wurde gemäß DIN EN ISO 354 [27] mit Hilfe eines Kondensatormikrofons bestimmt. Insgesamt setzt sich die im Prüfraum gemittelte Nachhallzeit aus 12 voneinander unabhängigen Abklingkurven zusammen (6 Mikropositionen mit jeweils 2 verschiedenen Messhöhen). Die Nachhallzeit wurde anhand eines Pegelabfalls von 30 dB bestimmt (T_{30}). Dabei wurde durch entsprechende Maßnahmen darauf geachtet, dass sich die Nachhallzeit jeweils in dem für Prüfstände angegebenen Bereich zwischen ein und zwei Sekunden befindet [28]. Angeregt wurde mit „Rosa Rauschen“. Die prinzipielle Messanordnung und die Geräteeinstellungen für die Nachhallzeitmessung sind Anhang D Abbildung D.1 zu entnehmen.

5.3.1 Untersuchung des Abstrahlgrades bei punkt- bzw. linienförmiger Anregung

Die Anregung erfolgte bei den messtechnischen Untersuchungen mit einer Ausnahme stets durch eine Punkt- oder eine Linienquelle. Zum einen liegt das Hauptaugenmerk dieser Diplomarbeit auf der Untersuchung des Abstrahlgrades freier Biegewellen, zum anderen basieren fast alle in der Literatur vorhandenen Berechnungsmodelle für den Abstrahlgrad von Platten auf einer punkt- bzw. linienförmigen Anregung.
Die Punktanregung erfolgte durch einen Schwingerreger (Shaker), der die Schwingungen über eine leicht gegen die Plattenoberfläche gedrückte „Hutmutter“ (Mutter mit halbkugelförmig abgerundeter Oberseite) auf die Platten übertrug (siehe Anhang K Bild K.4). Nach Heckl [10] ist ein anregendes System nur dann als punktförmig anzusehen, wenn sein Radius kleiner ist als ein Zehntel der Biegewellenlänge. Diese Bedingung ist im betrachteten Frequenzbereich auf jeden Fall erfüllt. Es gab zwei verschiedene Krafteinleitungspunkte des Shakers: „Shakerposition 1“ und „Shakerposition 2“. Die erste Position lag genau in der Mitte der Platten, die zweite befand sich vom Prüfraum aus gesehen in der rechten oberen Ecke der Platten (siehe Anhang A Abbildung A.3).
Die Realisierung der Linienquelle war im Gegensatz dazu etwas aufwendiger. Um eine Linienquelle zu erhalten, wurde rechtwinklig zur der abstrahlenden Platte über die gesamte Breite mit Hilfe einer Holzleiste eine Zusatzplatte aus Gipskarton angebracht, wodurch sich ein sogenannter T-Stoß ergab. Die Holzleiste wurde mittels Schrauben sowohl mit der abstrahlenden Platte, als auch mit der Zusatzplatte fest verbunden (siehe Anhang A Abbildung A.4). Dies ist sehr wichtig, denn durch die Art dieser Verbindung konnten auch Momente übertragen werden. Die Zusatzplatte wurde entweder longitudinal oder aber transversal punktförmig von einem Schwingerreger (Shaker) angeregt (siehe Anhang A Abbildung A.4). Um im Bereich des T-Stoßes über die gesamte Breite eine möglichst

gleichmäßige Anregung der abstrahlenden Platte zu erhalten, und somit einer idealen linienförmigen Anregung nahe zu kommen, lag die Anregungsstelle des Shakers in der Mitte der 84 cm breiten Zusatzplatte und 100 cm (longitudinaler Fall) bzw. 89,5 cm (transversaler Fall) vom T-Stoß entfernt. Für die transversale Anregung wurde die Schnelleverteilung im Bereich des T-Stoßes messtechnisch überprüft. Anhang A Abbildung A.6 zeigt die dazugehörigen Messpunkte. Es hat sich herausgestellt, dass die Anregung im gesamten Frequenzbereich relativ gleichmäßig ist. Bei tiefen Frequenzen ist die Schwankung über die gesamte Breite des T-Stoßes erwartungsgemäß etwas größer als bei hohen Frequenzen. In Anhang H Abbildung H.1 sind die Ergebnisse der Schnelleverteilungsmessung exemplarisch für jeweils eine Frequenz im tieffrequenten (61,31 Hz), mittelfrequenten (1090,18) und hochfrequenten (4340,1 Hz) Bereich dargestellt. Die linienförmige Anregung wurde im Gegensatz zur punktförmigen Anregung mit einem leistungsstärkeren Shaker durchgeführt, um auch in diesem Fall bei hohen Frequenzen auf der gesamten Platte ein ausreichend großes Schnellesignal zu erhalten. Die longitudinale Anregung entspricht in der Praxis z. B. der linienförmigen Anregung von Vorsatzschalen über die Ständer. Die transversale Anregung tritt bei dem in der Praxis sehr verbreiteten T-Stoß auf. Als Anregungsart wurde in allen Fällen „Rosa Rauschen“ gewählt.

Die prinzipielle Messanordnung und die Geräteeinstellungen für die Messung des Abstrahlgrades bei punkt- bzw. linienförmiger Anregung sind aus Anhang D Abbildung D.2 ersichtlich.

5.3.2 Untersuchung des Abstrahlgrades bei Luftschallanregung

Die Untersuchung von erzwungenen Biegewellen auf biegeweichen Platten spielt bei dieser Diplomarbeit nur eine untergeordnete Rolle. Die Anregung mittels einer Luftschallquelle wurde daher nur für einen Fall durchgeführt. Angeregt wurde mit einem Dodekaeder, der mit „Rosa Rauschen“ gespeist wurde. Die prinzipielle Messanordnung und die Geräteeinstellungen für die Messung des Abstrahlgrades bei Luftschallanregung sind in Anhang D Abbildung D.3 enthalten.

5.3.3 Untersuchung des Einflusses des Anregebereiches auf den Abstrahlgrad

Die Untersuchungen, welchen Einfluss der Bereich um die Anregestelle auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung von biegeweichen Platten und damit auf deren Abstrahlgrad hat, wurden für eine punktförmige Anregung an Shakerposition 1 (siehe Kapitel 5.3.1) durchgeführt. Dazu wurde der Bereich um die Anregestelle mit unterschiedlich großen kreisrunden Abdeckungen versehen. Der Mittelpunkt der kreisförmigen Abdeckungen lag jeweils der punktförmigen Anregestelle (Shakerposition 1) genau gegenüber. Die Abdeckung bestand jeweils aus einer Holzspanplatte, auf der ein 3 cm dicker poröser Absorber angebracht war (siehe Anhang A Abbildung A.5). Die Abdeckung wurde mittels einer Ständerkonstruktion jeweils so vor der abstrahlenden Platte plaziert, dass der Absorber so nah wie möglich an die Platte heranreichte, ohne diese zu berühren (siehe Anhang K Bild K.5). Die Grundlage für die Festlegung der Radien der Abdeckung bildete die Berechnung des Körperschall-Hallradius für die zu untersuchende Platte. Der Körperschall-Hallradius ergibt sich durch Gleichsetzen der Gleichung

$$v(r)^2 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r \cdot d \cdot \rho \cdot c_B} \quad [29] \tag{5.4}$$

mit der Gleichung

$$\overline{\tilde{v}^2} = \frac{P}{\eta \cdot \omega \cdot m'' \cdot S} \quad [2] \tag{5.5}$$

zu:

$$r_H = \frac{S \cdot \eta}{2 \cdot \lambda_B} \tag{5.6}$$

r_H : Körperschall-Hallradius $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

η : Verlustfaktor des Plattenmaterials $[-]$

λ_B : Biegewellenlänge nach Gleichung (2.7) $[m]$

Für den Körperschall-Hallradius gilt: $r \sim \sqrt{f}$.

Die prinzipielle Messanordnung und die Geräteeinstellungen für die Messung des Abstrahlgrades bei partieller Abdeckung der abstrahlenden Platte sind aus Anhang D Abbildung D.4 ersichtlich.

6 Ergebnisse

Die Messungen wurden nach der in Kapitel 5.3 beschriebenen Vorgehensweise durchgeführt. Die Bestimmung der Plattenschnelle, die man zur Ermittlung des Abstrahlgrades benötigt, erfolgte dabei stets mit dem Ein-Punkt-Laservibrometer. Für einen Messpunkt wurde die Schnelle der schwingenden Platte zum Vergleich synchron mit dem Laservibrometer und einem Beschleunigungsaufnehmer erfasst. Das Laservibrometer war dabei auf den Beschleunigungsaufnehmer gerichtet. Folgende Abbildung zeigt den Vergleich der beiden Ergebnisse:

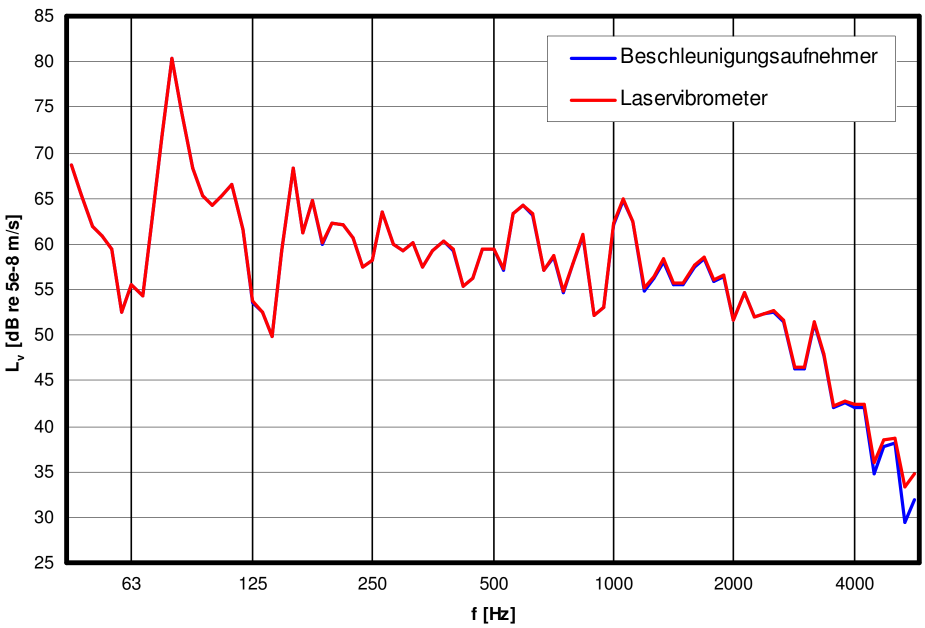


Abbildung 6.1: Frequenzverlauf des Schnellepegels, der für einen Messpunkt mittels zweier verschiedener Messmethoden bestimmt wurde

In Abbildung 6.1 ist ersichtlich, dass die Übereinstimmung zwischen der Schnellemessung mit dem Laservibrometer und dem Beschleunigungsaufnehmer sehr gut ist. Erst im Frequenzbereich oberhalb von 4000 Hz treten Differenzen auf, die größer sind als 0,2 dB. Die exakten Abweichungen zwischen den beiden Messergebnissen sind Anhang I Tabelle I.1 zu entnehmen. Alle mit dem Laservibrometer durchgeführten Schnellemessungen wurden um diese Abweichungen, die sich im Vergleich zum Beschleunigungsaufnehmer ergaben, korrigiert.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Messergebnisse, wie dies in der Bauakustik üblich ist, im folgenden in Terzen dargestellt. Der zeitliche Aufwand für jede einzelne Abstrahlgradmessung war aufgrund des aus 55 Punkten bestehenden Messrasters ziemlich groß. Das Messraster wurde jedoch bewusst so gewählt, um qualitativ hochwertige Messergebnisse zu erhalten. Die Qualität ging allerdings auf Kosten der Quantität. Folglich konnte der Abstrahlgrad aus zeitlichen Gründen nicht für alle denkbaren Kombinationen aus Plattenmaterial, Randbedingung und Anregungsart bestimmt werden. Aufbauend auf den jeweils abgeschlossenen Messungen und den daraus gewonnenen Erkenntnissen, wurde das Messprogramm schrittweise festgelegt.

6.1 Präsentation der Messergebnisse

6.1.1 Abstrahlgrad

In diesem Teilkapitel werden die Ergebnisse aller durchgeführten Abstrahlgradmessungen, zusammengefasst nach den drei Randbedingungen, präsentiert. Falls nichts Gegenteiliges erwähnt wird, erfolgt die Bestimmung des Abstrahlgrades so, wie er in Kapitel 2.1 definiert wurde. Dies bedeutet, dass man dabei schwach gedämpfte Platten voraussetzt, denn im Fall von stark gedämpften Platten erfolgt die Bestimmung des Abstrahlgrades auf eine etwas andere Art und Weise (siehe Kapitel 4.2.2).

6.1.1.1 Gelenkige Lagerung

Es wurde die punktförmige Anregung an Shakerposition 2 gemäß Kapitel 5.3.1 für zwei Platten durchgeführt (Versuchsaufbau siehe Anhang K Bild K.6, Bild K.7 und Bild K.8):

1) Aluminiumplatte: „Aluplatte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.1)
2) Gipskartonbauplatte: „GKB-Platte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.2)

Die sich ergebenden Messergebnisse sind in folgender Abbildung dargestellt:

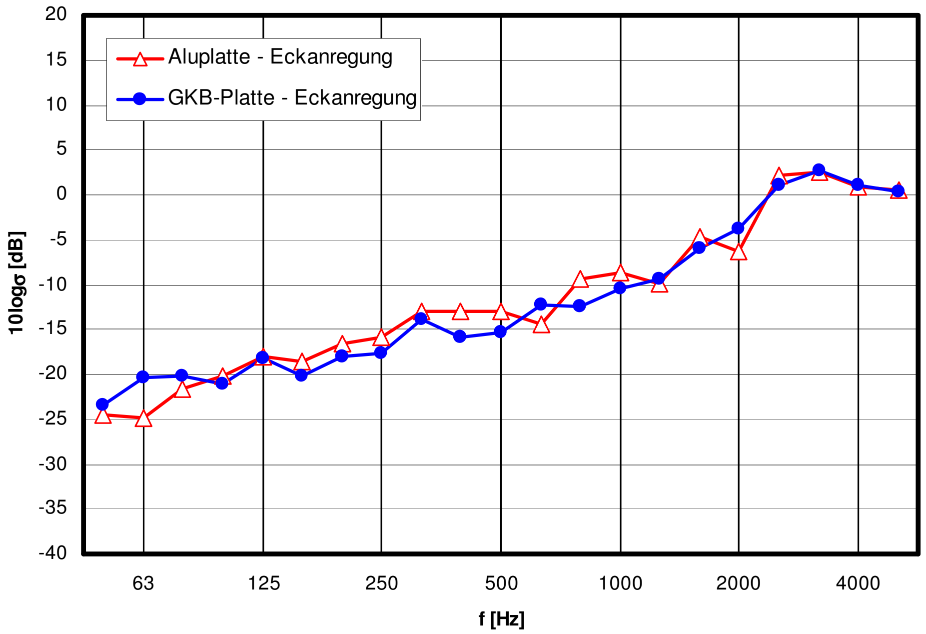


Abbildung 6.2: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 für zwei gelenkig gelagerte Platten

6.1.1.2 Feste Einspannung

a) Punktförmige Anregung gemäß Kapitel 5.3.1

Die punktförmige Anregung an Shakerposition 1 wurde für die Holzspanplatte durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist in Anhang K Bild K.9 und Bild K.10 ersichtlich.

Für diesen Fall ergibt sich nachfolgendes Messergebnis (siehe Anhang E Tabelle E.3):

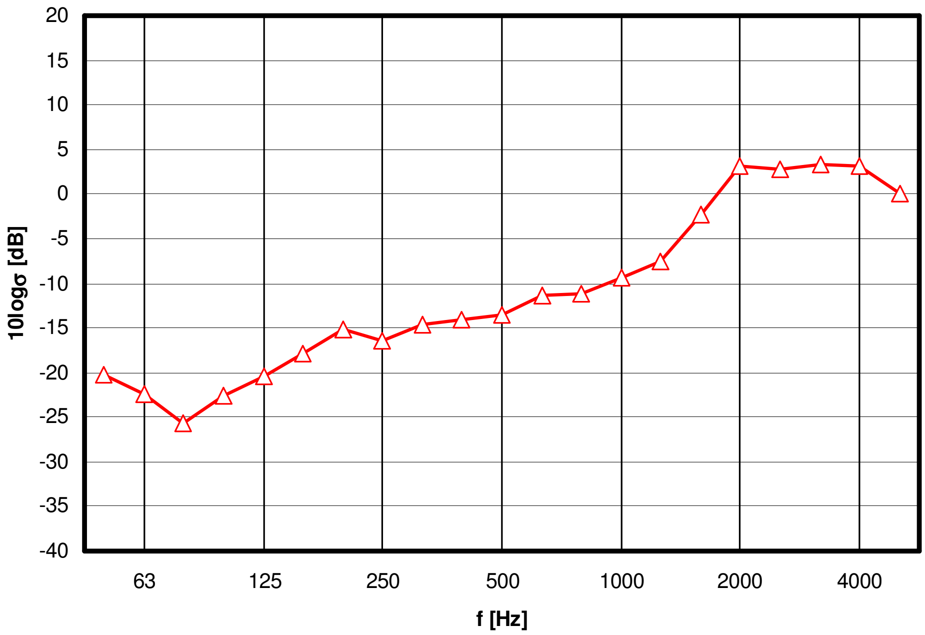


Abbildung 6.3: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung in Plattenmitte (Shakerposition 1)

Die punktförmige Anregung an Shakerposition 2 wurde insgesamt für vier Fälle durchgeführt (Versuchsaufbau siehe Anhang K Bild K.9 und Bild K.11):

1) Holzspanplatte: „Spanplatte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.4)
2) Aluminiumplatte: „Aluplatte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.5)
3) Gipskartonbauplatte: „GKB-Platte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.6)
4) Gipskartonbauplatte, inklusive der zusätzlich im Hinblick auf die Linienanregung angebrachten Zusatzplatte: „GKB-Platte - Eckanregung (+ Zusatzplatte)“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.7)

Die dazugehörigen Messergebnisse sind in nachstehender Abbildung aufgetragen:

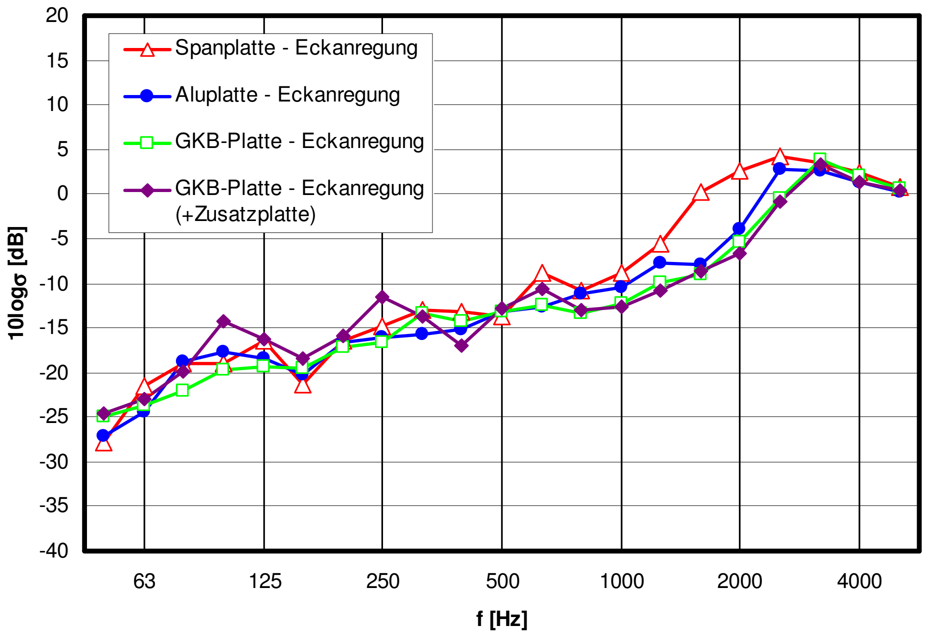


Abbildung 6.4: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes für verschiedene fest eingespannte Platten bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2

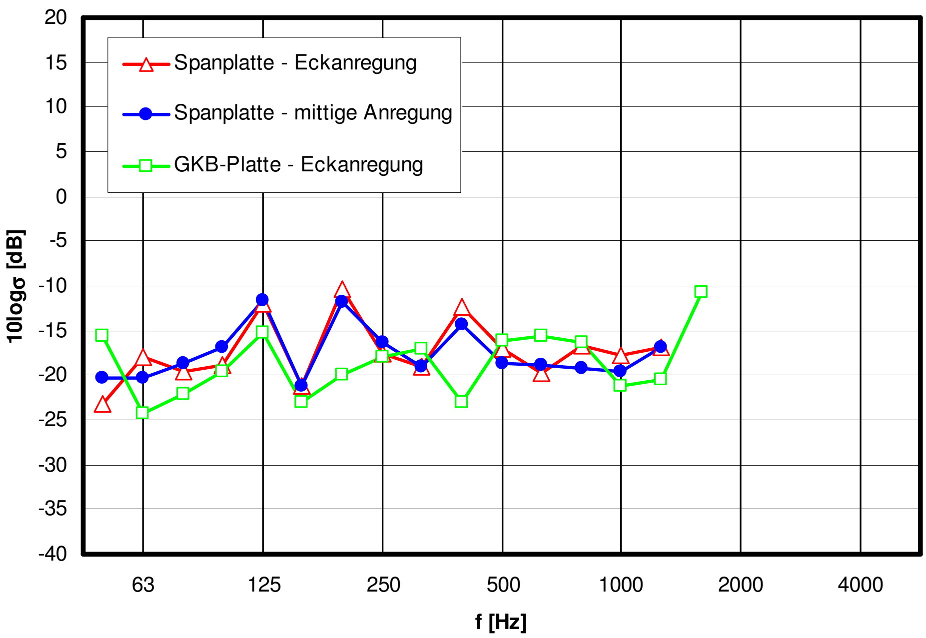


Abbildung 6.5: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes für verschiedene Fälle bei jeweils punktförmiger Anregung der fest eingespannten Platten (nach der „Sonderdefinition“ des Abstrahlgrades von Heckl ermittelt)

Zusätzlich wurde der Abstrahlgrad für die Messung an Shakerposition 1 und für die Messungen 1) + 3) an Shakerposition 2 nach der in Kapitel 4.2.2 beschriebenen „Sonderdefinition“ für den Abstrahlgrad, die von Heckl im Hinblick auf stark gedämpfte Platten eingeführt wurde, bestimmt. Bei dieser Art der Auswertung steckt also die Annahme dahinter, dass es sich um stark gedämpfte Platten handelt. Mittels dieser Definition des Abstrahlgrades ergeben sich die in Abbildung 6.5 dargestellten Messergebnisse (siehe Anhang E Tabelle E.8, Tabelle E.9 und Tabelle E.10), wobei nur jener Frequenzbereich dargestellt wird, in dem auch die Berechnungsformel von Heckl für stark gedämpfte Platten ihre Gültigkeit besitzt (siehe Gleichung (4.51)).

b) Linienförmige Anregung gemäß Kapitel 5.3.1

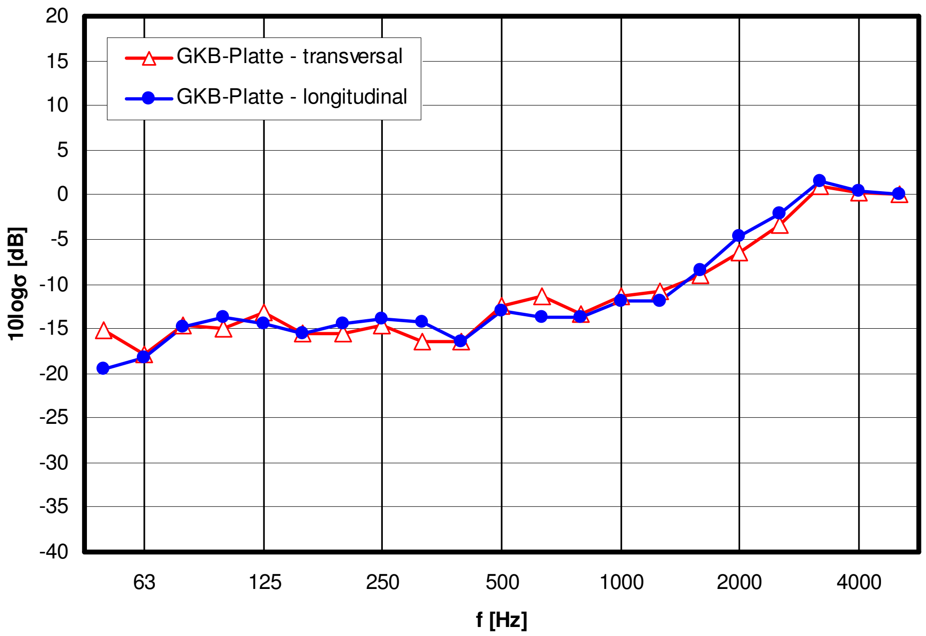


Abbildung 6.6: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei linienförmiger Anregung auf zwei verschiedene Arten

Die linienförmige Anregung erfolgte für zwei Fälle (Versuchsaufbau siehe Anhang K Bild K.9 und Bild K.12):

1) Gipskartonbauplatte, bei transversaler Anregung der zur Realisierung der Linienquelle zusätzlich angebrachten Gipskartonbauplatte: „GKB-Platte - transversal“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.11)

2) Gipskartonbauplatte, bei longitudinaler Anregung der zur Realisierung der Linienquelle zusätzlich angebrachten Gipskartonbauplatte: „GKB-Platte - longitudinal“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.12)

Die resultierenden Messergebnisse sind in Abbildung 6.6 dargestellt.

c) Luftschallanregung gemäß Kapitel 5.3.2

Die Luftschallanregung wurde an der Gipskartonbauplatte untersucht. Der Versuchsaufbau ist in Anhang K Bild K.9 und Bild K.13 ersichtlich.
Die nachgestellte Abbildung zeigt das Messergebnis (siehe Anhang E Tabelle E.13):

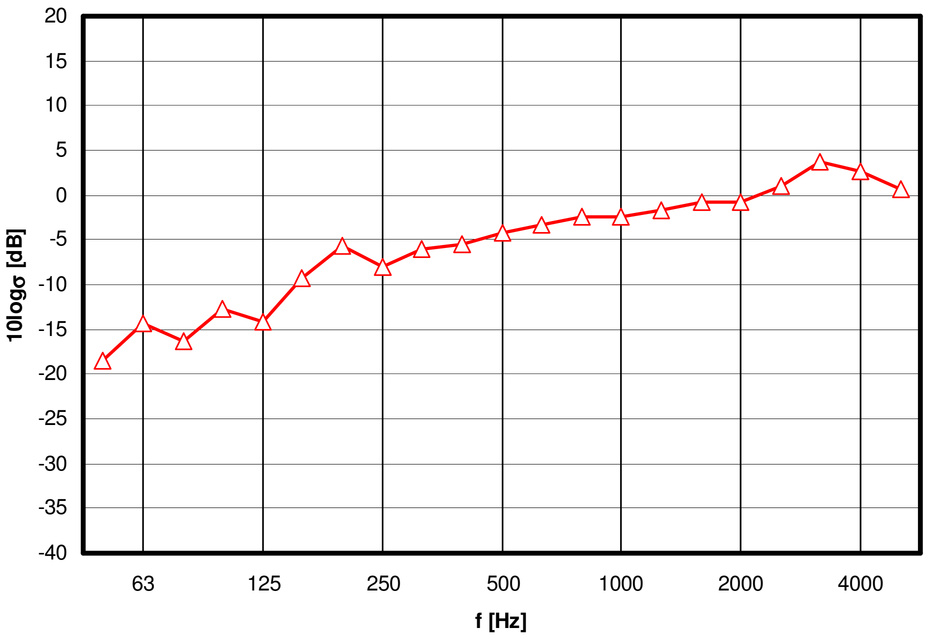


Abbildung 6.7: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei Luftschallanregung

d) Untersuchung des Einflusses des Anregebereiches auf den Abstrahlgrad

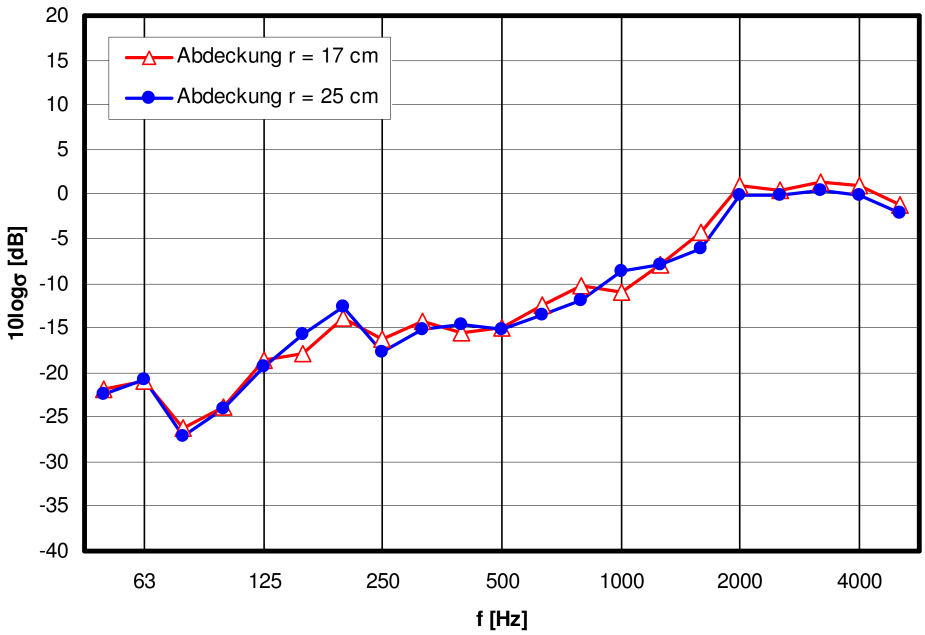


Abbildung 6.8: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 1 mit unterschiedlich großer kreisförmiger Abdeckung im Bereich der Anregestelle

<u>Anmerkung:</u>

Die abstrahlende Fläche wurde bei der Ermittlung des Abstrahlgrades in beiden Fällen entsprechend der Größe der beiden Abdeckungen korrigiert.

Die Untersuchungen, welchen Einfluss der Bereich um die Anregestelle auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung von biegeweichen Platten und damit auf deren Abstrahlgrad hat, erfolgten gemäß Kapitel 5.3.3. Durchgeführt wurden die Untersuchungen an der fest eingespannten Holzspanplatte. Für diese Platte wurde der Körperschall-Hallradius berechnet. Das Ergebnis dieser Berechnung ist in Anhang J Tabelle J.1 für einige Frequenzen dargestellt. Für die kreisrunde Abdeckung wurden zwei verschiedenen Radien gewählt. Der erste Radius betrug 25 cm. Dadurch ist sichergestellt, dass der Bereich des Biegewellennahfeldes um die Anregestelle im gesamten betrachteten Frequenzbereich vollständig abgedeckt ist. Der zweite Radius betrug 17 cm. Durch die Wahl dieses Radius ist im gesamten betrachteten Frequenzbereich mindestens die Hälfte des Biegewellennahfeldes um die Anregestelle abgedeckt.

Somit wurden folgende Fälle untersucht (Versuchsaufbau siehe Anhang K Bild K.5, Bild K.9 und Bild K.10):

1) Holzspanplatte mit kreisförmiger Abdeckung im Bereich der Anregestelle, Radius 17 cm: „Abdeckung - r = 17 cm“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.14)
2) Holzspanplatte mit kreisförmiger Abdeckung im Bereich der Anregestelle, Radius 25 cm: „Abdeckung - r = 25 cm“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.15)

Die Ergebnisse der Messungen sind in Abbildung 6.8 ersichtlich.

6.1.1.3 Freie Lagerung

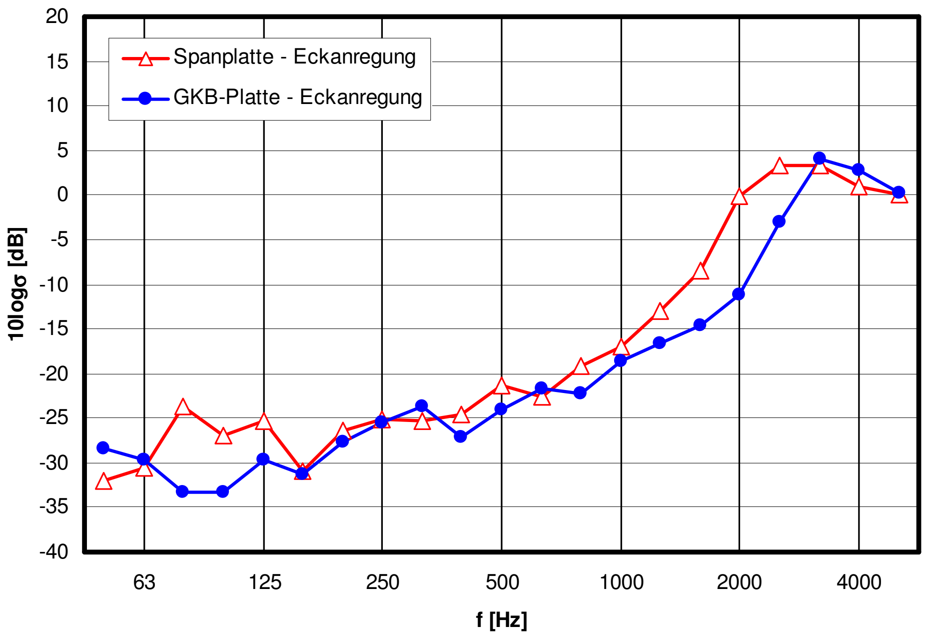


Abbildung 6.9: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 für zwei frei gelagerte Platten

Es wurde die punktförmige Anregung an Shakerposition 2 gemäß Kapitel 5.3.1 für zwei Platten untersucht (Versuchsaufbau siehe Anhang K Bild K.1, Bild K.2 und Bild K.14):

1) Holzspanplatte: „Spanplatte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.16)

2) Gipskartonbauplatte: „GKB-Platte - Eckanregung“ (Messergebnis siehe Anhang E Tabelle E.17)

Die resultierenden Messergebnisse sind in Abbildung 6.9 dargestellt.

6.1.2 Schwingungsformen

Die Untersuchungen bezüglich der Schwingungsformen wurden für die Messungen der punktförmigen Anregung an Shakerposition 2 durchgeführt.

Die Schwingungsformen, die sich auf einer Platte einstellen, wenn diese an den Rändern gelenkig gelagert ist, sind in Anhang G Abbildung G.1 am Beispiel der Aluminiumplatte exemplarisch für jeweils eine Frequenz im tieffrequenten, mittelfrequenten und hochfrequenten Bereich dargestellt. Die Schnittpunkte zwischen der x-Achse („x-Koordinate“) und der y-Achse („y-Koordinate“) des 3D-Diagramms bilden das gewählte Messraster (siehe Anhang A Abbildung A.3) ab, d. h. jeder einzelne Schnittpunkt (Gitterpunkt des 3D-Diagramms) stellt ein Punkt auf der Platte dar, an dem die Schnelle bestimmt wurde. Auf der z-Achse („L_v“) ist der gemessene Schnellepegel aufgetragen. Im tieffrequenten Bereich (45,97 Hz) sind einzelne Schwingungsmoden (in diesem Fall die 3,0-Mode) sehr schön zu erkennen. Im hochfrequenten Bereich (5158,22 Hz) erkennt man das sich ausbildende Diffusfeld. Im mittelfrequenten Bereich (1090,18 Hz) sieht man den Übergang vom Modal- zum Diffusfeld. Der „Peak“, der am Gitterpunkt „0/64“ (x = 0, y = 64) des 3D-Diagramms in Erscheinung tritt, repräsentiert die Anregestelle.

In Anhang G Abbildung G.2 sind die sich ergebenden Schwingungsformen auf einer Platte, wenn diese an den Rändern fest eingespannt ist, am Beispiel der Aluminiumplatte exemplarisch für jeweils eine Frequenz in den drei oben genannten Frequenzbereichen dargestellt. Im tieffrequenten Bereich (48,7 Hz) sind wiederum einzelne Schwingungsmoden (in diesem Fall die 3,0-Mode) sehr schön zu erkennen. Alles Weitere stimmt mit dem ausführlich beschriebenen Fall der gelenkigen Lagerung überein.

In Anhang G Abbildung G.3 erfolgt das Gleiche für den Fall einer an den Rändern frei gelagerten Platte, und zwar am Beispiel der Holzspanplatte. Im tieffrequenten Bereich (45,97 Hz) sind ebenfalls einzelne Schwingungsmoden erkennbar. Alles Weitere stimmt mit dem ausführlich beschriebenen Fall der gelenkigen Lagerung überein.

6.2 Auswertung der Messergebnisse

6.2.1 Vergleich zwischen gelenkiger Lagerung und fester Einspannung

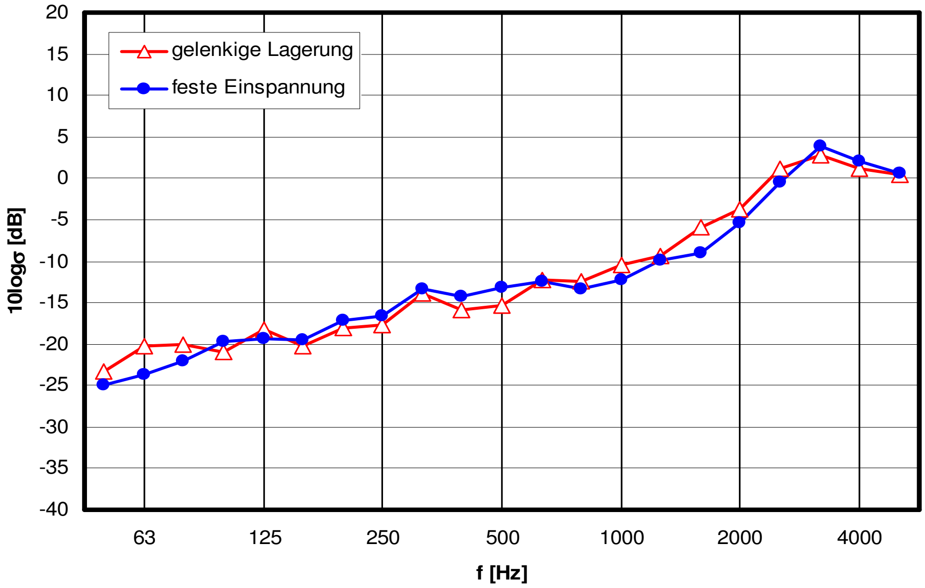


Abbildung 6.10: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes bei punktförmiger Anregung der Gipskartonbauplatte an Shakerposition 2 für zwei verschiedene Einspannbedingungen

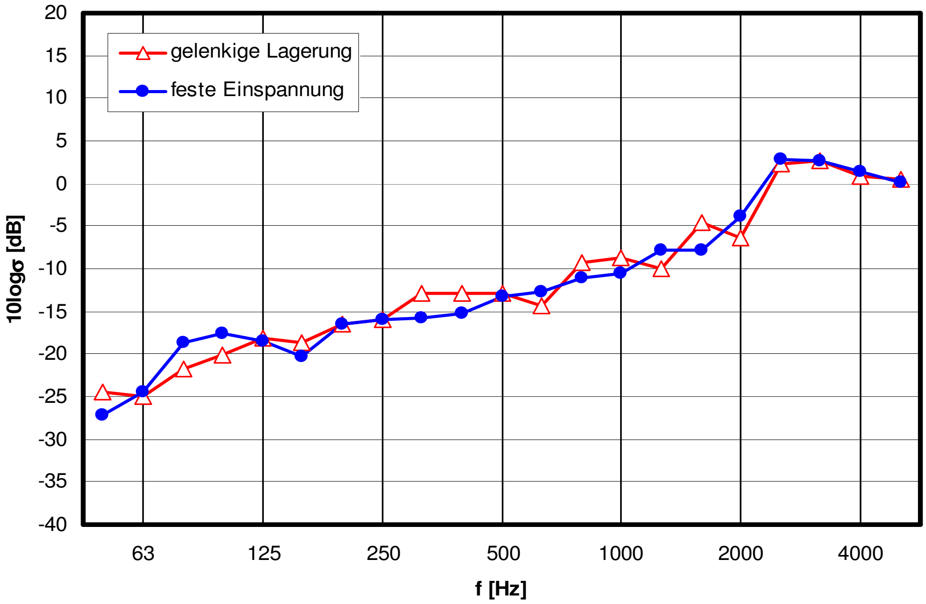


Abbildung 6.11: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes bei punktförmiger Anregung der Aluminiumplatte an Shakerposition 2 für zwei verschiedene Einspannbedingungen

In diesem Teilkapitel werden die Messergebnisse des Abstrahlgrades für den Fall einer gelenkigen Lagerung der Platte (siehe Abbildung 6.2) mit dem Fall einer festen Einspannung der Platte (siehe Abbildung 6.4) verglichen. Der Vergleich erfolgt anhand der Gipskartonbauplatte und anhand der Aluminiumplatte (siehe Abbildung 6.10 und 6.11).
In diesen beiden Abbildungen ist eindeutig ersichtlich, dass die Messergebnisse praktisch identisch sind. Zwischen der gelenkigen Lagerung und der festen Einspannung der Platten lässt sich kein Unterschied feststellen. Dies würde den bisher bekannten Erkenntnissen widersprechen (siehe Kapitel 4.2.1.2). Es stellt sich nun die Frage, ob dies eine allgemein gültige Aussage darstellt, oder ob die Ursache für diesen Sachverhalt am gewählten Prüfaufbau lag. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass die relativ einfach zu realisierende feste Einspannung auch tatsächlich einer idealen festen Einspannung sehr nahe kam. Vergleicht man die Schwingungsbilder der gelenkigen Lagerung (siehe Anhang G Abbildung G.1) und der festen Einspannung (siehe Anhang G Abbildung G.2) für den tieffrequenten Bereich (für die Aluminiumplatte dargestellt), dann erkennt man, dass die jeweils dargestellte 3,0-Mode in beiden Fällen etwa bei der gleichen Frequenz liegt. Theoretisch müsste sich die Frequenz der 3,0-Mode bei einer gelenkigen Lagerung der Platte aber deutlich unterhalb der Frequenz der 3,0-Mode bei einer festen Einspannung der Platte befinden. Nach [5] liegen die Frequenzen der Moden bei fest eingespannten Rändern etwa 1,5 - 2 mal höher als bei gelenkig gelagerten Rändern. Nach Gleichung (2.11) müsste sich theoretisch für die 3,0-Mode der gelenkig gelagerten Aluminiumplatte (Platteneigenschaften siehe Anhang B Tabelle B.1) eine Eigenfrequenz von $f \approx 31 Hz$ ergeben. Tatsächlich liegt die Eigenfrequenz dieser Mode aber etwa bei $f \approx 46 Hz$, d. h., ca. 1,5-mal so hoch wie theoretisch zu erwarten wäre. Gleicher Sachverhalt ergibt sich auch für die Gipskartonbauplatte. All dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass der gewählte Aufbau für die gelenkige Lagerung in der Realität keiner gelenkigen Lagerung, sondern einer festen Einspannung entsprach. Die Ursache dafür ist vermutlich die Kombination aus der allseitigen Lagerung der Platten und den relativ kleinen Plattenabmessungen. Durch die allseitige Lagerung ist in den Ecken auch bei einer gelenkigen Lagerung der Platten keine Drehbewegung an den Einspannstellen möglich. Ausgehend von den Ecken entsteht somit jeweils ein gewisser „gestörter“ Bereich, in dem die Drehbewegung unterbunden wird. In Kombination mit den relativ geringen Plattenabmessungen (1,83 x 0,835 m^2) führte dies dazu, dass die gelenkige Lagerung für den gewählten Aufbau nicht „funktionierte“. Aus diesem Grund wurden für die gelenkige Lagerung keine weiteren messtechnischen Untersuchungen durchgeführt.
Nach Angaben verschiedener Autoren lassen sich, wie bereits erwähnt, die in der Praxis vorkommenden Randbedingungen in einem Bereich zwischen ideal gelenkiger und ideal

eingespannter Lagerung einordnen. Aufgrund der Tatsache, dass die gelenkige Lagerung selbst bei einer Schneidenlagerung im Modellversuch nur schwer zu realisieren ist, berechtigt sich durchaus die Annahme, dass die in der Praxis auftretenden Randbedingungen eher im Bereich einer ideal eingespannten Lagerung anzusiedeln sind.

6.2.2 Einfluss des Anregeortes

Die Untersuchung, welchen Einfluss der Anregeort auf den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades hat, erfolgt anhand einer punktförmigen Anregung der fest eingespannten Holzspanplatte. Dazu wird das Messergebnis bei „mittiger Anregung“ (siehe Abbildung 6.3) mit dem Messergebnis bei „Eckanregung“ (siehe Abbildung 6.4) verglichen:

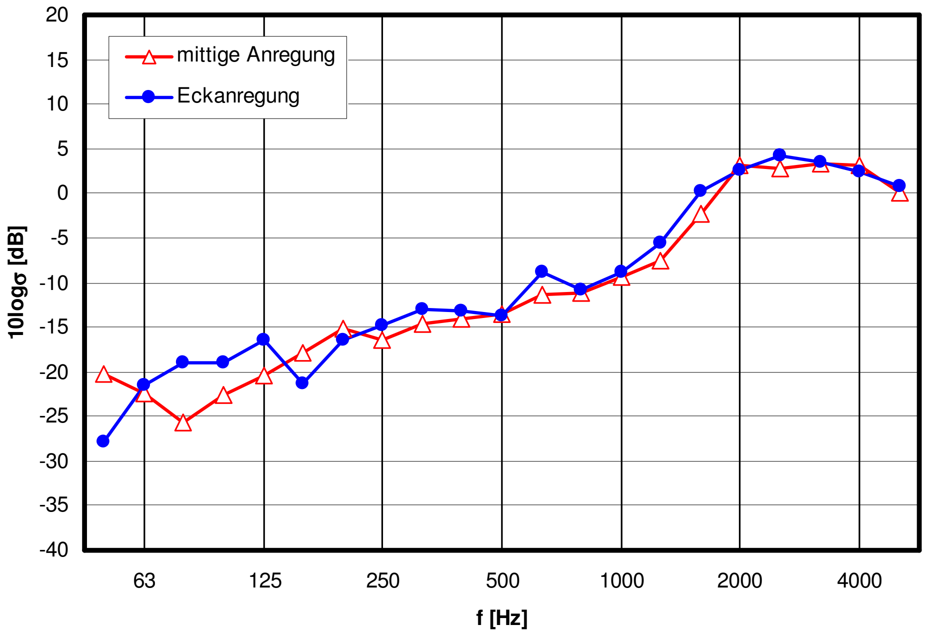


Abbildung 6.12: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes bei punktförmiger Anregung der fest eingespannten Holzspanplatte an zwei verschiedenen Positionen

Im mittel- und hochfrequenten Bereich stimmt der Abstrahlgrad für die beiden Anregungspunkte, wie in Abbildung 6.12 zu erkennen ist, erwartungsgemäß gut überein. Dies ist auf die diffusen Eigenschaften, sowohl des Körperschallfeldes auf der Platte, als auch des Luftschallfeldes im Prüfraum in diesem Frequenzbereich zurückzuführen. Im tieffrequenten Bereich treten hingegen die modalen Eigenschaften beider Schallfelder in Erscheinung und führen dadurch zwangsläufig zu Unterschieden im Abstrahlgrad. Der Anregeort hat somit,

vorausgesetzt er befindet sich in gewissem Abstand zu den Randeinspannungen, keinen wesentlichen Einfluss auf den prinzipiellen Frequenzverlauf des Abstrahlgrades.
Die messtechnischen Untersuchungen bezüglich der punktförmigen Anregung der Platten erfolgten hauptsächlich mit der „Eckanregung“ (Shakerposition 2). Die „Eckanregung“ entspricht am ehesten dem in der Praxis auftretenden Fall.

6.2.3 Vergleich zwischen Luftschallanregung und punktförmiger Anregung

Die Luftschallanregung wurde an der fest eingespannten Gipskartonbauplatte durchgeführt (siehe Abbildung 6.7). In der folgenden Abbildung wird dieses Messergebnis mit dem Messergebnis der punktförmigen Anregung der fest eingespannten Gipskartonbauplatte verglichen (siehe Abbildung 6.4):

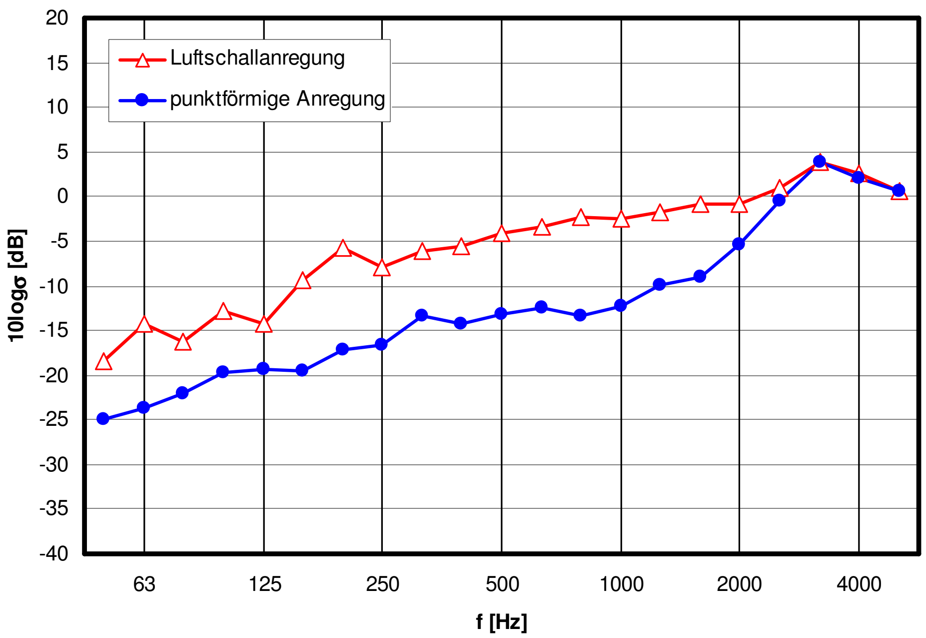


Abbildung 6.13: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei Luftschallanregung und bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2

Im Fall einer Luftschallanregung ist auf einer Platte ein Gemisch aus freien und erzwungenen Biegewellen vorhanden (siehe Kapitel 3.2.2). In Abbildung 6.13 erkennt man, dass der prinzipielle Verlauf des Abstrahlgrades bei der Luftschallanregung mit jenem übereinstimmt, der sich für eine punktförmige Anregung, d. h. wenn ausschließlich freie

Biegewellen auf der Platte vorhanden sind, ergibt. Lediglich der Abfall des Abstrahlgrades unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz zu tiefen Frequenzen hin befindet sich auf einem höheren Niveau. Dies liegt an dem Einfluss der erzwungenen Biegewellen. Insgesamt lässt sich daraus schließen, dass die freien Biegewellen im vorliegenden Fall auch bei Luftschallanregung gegenüber den erzwungenen Biegewellen dominant sind. Wären die erzwungenen Biegewellen dominant, dann hätte man im gesamten Frequenzbereich einen Abstrahlgrad von $\sigma \approx 1$ erwartet.

6.2.4 Untersuchung der Dämpfung der verwendeten Platten

Die Untersuchung, ob es sich bei den verwendeten Platten jeweils um schwach gedämpfte oder um stark gedämpfte Platten handelt, erfolgt anhand der punktförmigen Anregung der Platten. Aluminium hat nach [30] einen Verlustfaktor von $\eta = 7 \cdot 10^{-5}$. Die Aluminiumplatte kann man daher von vornherein als schwach gedämpft einstufen. Wendet man das Kriterium von Heckl (siehe Kapitel 3.3), das er eingeführt hat, um zu unterscheiden, ob Platten schwach oder stark gedämpft sind, für die Aluminiumplatte an (siehe Gleichung (3.11) bzw. (3.13)), dann bestätigt sich, dass es sich bei der Aluminiumplatte um eine schwach gedämpfte Platte handelt. Im gesamten betrachteten Frequenzbereich (50 - 5000 Hz) ist die Bedingung $k_B^2 \cdot S \cdot \eta < 32$ für die Aluminiumplatte bei weitem eingehalten. Das Ergebnis dieser Berechnung (Platteneigenschaften siehe Anhang B Tabelle B.1) ist in Anhang J Tabelle J.2 für einige Frequenzen dargestellt. Anders sieht es bei der Holzspanplatte und der Gipskartonbauplatte aus. Beide haben nach [30] einen Verlustfaktor von $\eta \approx 0{,}03$. Man kann nicht von vornherein entscheiden, ob diese Platten als schwach gedämpft oder stark gedämpft einzustufen sind. Man muss das Kriterium von Heckl zurate ziehen. Führt man die Berechnung für die Holzspanplatte durch (Ergebnis siehe Anhang J Tabelle J.3), dann ergibt sich, dass die Holzspanplatte nur bis etwa 910 Hz als schwach gedämpft einzustufen ist, darüber jedoch als stark gedämpft. Für die Gipskartonbauplatte zeigt sich (Ergebnis siehe Anhang J Tabelle J.4), dass diese sogar nur bis etwa 720 Hz als schwach gedämpft einzustufen ist. Um diesen Sachverhalt für die beiden Platten genauer zu untersuchen, wird einerseits das Messergebnis für den Abstrahlgrad aus Abbildung 6.5, das unter der Annahme ermittelt wurde, es handle sich um eine stark gedämpfte Platte, mit der Theorie von Heckl für stark gedämpfte, punktförmig angeregte Platten (siehe Gleichung (4.51)) verglichen. Andererseits wird das Messergebnis für den Abstrahlgrad aus Abbildung 6.4, das unter der Annahme ermittelt wurde, es handle sich um eine schwach gedämpfte Platte, mit der Theorie von Heckl für schwach gedämpfte, punktförmig angeregte Platten (siehe Gleichung (4.44)) verglichen. Das Ergebnis, das sich aus der Theorie von Heckl für schwach gedämpfte Platten ergibt, wird um 3 dB erhöht, da die Formel von Heckl eigentlich für gelenkig gelagerte Platten gilt, die Messung jedoch für fest eingespannte Platten durchgeführt wurde. Der beschriebene Vergleich erfolgt sowohl für die Holzspanplatte, als auch für die Gipskartonbauplatte. Bei stark gedämpften Platten wird die abgestrahlte Schallleistung im Wesentlichen durch die Schallabstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle bestimmt (siehe Kapitel 3.3), d. h. die Randbedingungen spielen bei solchen Platten normalerweise keine Rolle. Die Messungen erfolgten jedoch mit der „Eckanregung“ (Shakerposition 2) bei fester Einspannung der beiden Platten. Es besteht also die Gefahr, dass die Randbedingung in diesem Fall einen Einfluss auf das Messergebnis hat. Um dies zu überprüfen, wurde die Messung bei „mittiger Anregung“ der Holzspanplatte (siehe Abbildung 6.3) zusätzlich so ausgewertet, als ob es sich um eine stark gedämpfte Platte handeln würde. An dem in Abbildung 6.5 dargestellten Ergebnis erkennt man, dass es zwischen der „Eckanregung“ und der „mittigen Anregung“ der Holzspanplatte kaum einen Unterschied gibt. Dies kann zwei verschiedene Gründe haben. Entweder die Platte ist in diesem Frequenzbereich schwach gedämpft, dann spielt der Einfluss des Anregeortes sowieso keine Rolle (siehe Kapitel 6.2.2). Oder die Platte ist stark gedämpft, dann spielt der Anregeort ebenfalls keine Rolle, da der Körperschall-Hallradius in diesem Frequenzbereich kleiner ist als der Abstand des Anregeortes zu den Plattenrändern. Folglich hat die „Eckanregung“ auch auf dieses Messergebnis keinen Einfluss. Dieser Sachverhalt gilt auch für die Gipskartonbauplatte, die ähnliche Eigenschaften besitzt wie die Holzspanplatte.

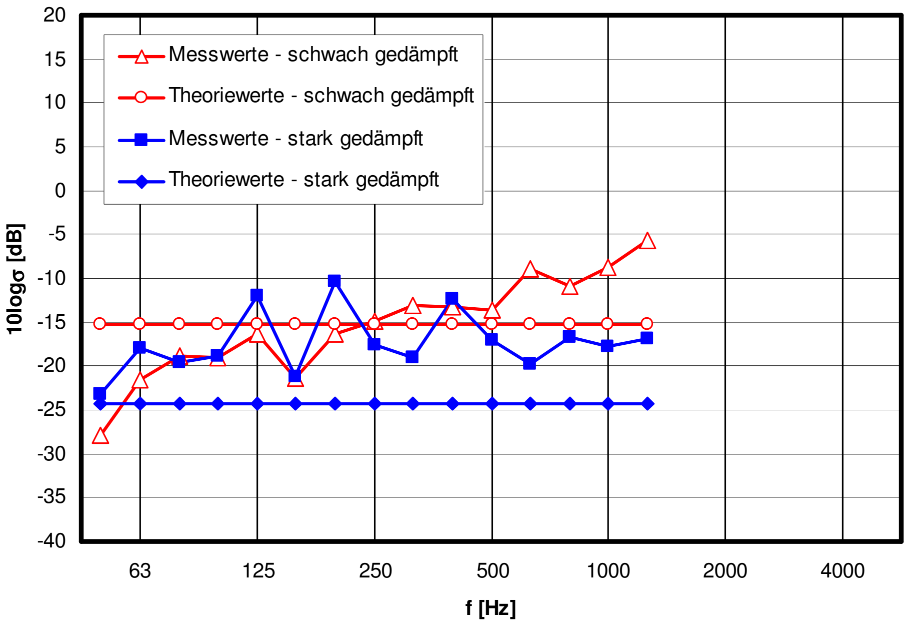


Abbildung 6.14: Vergleich des gemessenen und berechneten Abstrahlmaßes für die Holzspanplatte, unter der Annahme einer unterschiedlich starken Dämpfung der Platte

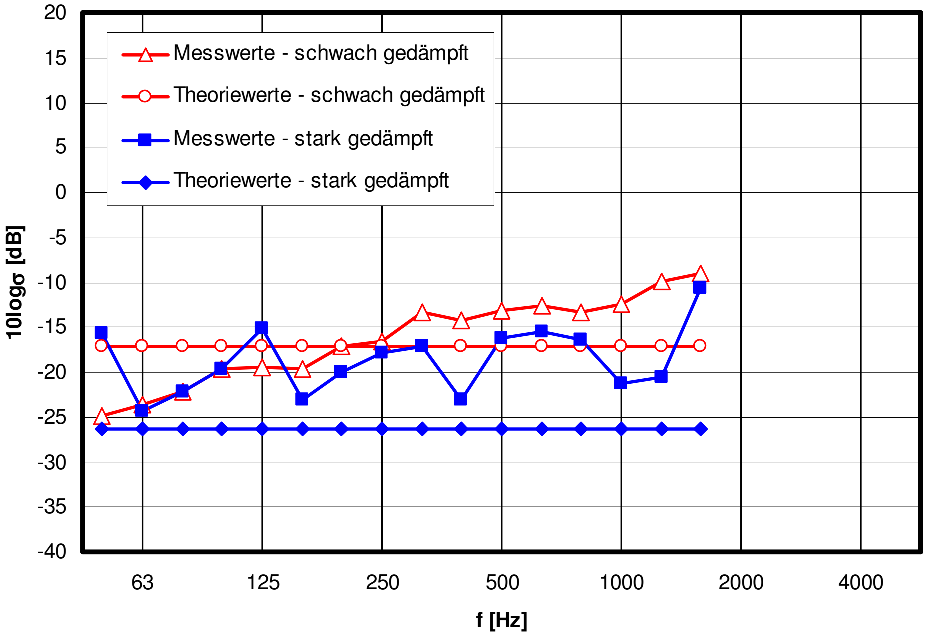


Abbildung 6.15: Vergleich des gemessenen und berechneten Abstrahlmaßes für die Gipskartonbauplatte, unter der Annahme einer unterschiedlich starken Dämpfung der Platte

Die Abbildungen 6.14 und 6.15 zeigen den Vergleich, wobei jeweils die gleichfarbigen Kurven innerhalb jeder Abbildung miteinander zu vergleichen sind.

In den beiden Abbildungen wird jeweils nur der Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ dargestellt, denn die Formeln von Heckl für schwach und stark gedämpfte Platten sind nur in diesem Bereich gültig. In Abbildung 6.14 ist zu erkennen, dass die roten Kurven eindeutig besser zusammenpassen, als die blauen, d. h., die Holzspanplatte ist in diesem Frequenzbereich als schwach gedämpft anzusehen. Die Übereinstimmung mit dem Kriterium von Heckl, das die Holzspanplatte bis etwa 910 Hz als schwach gedämpft einstuft, ist somit vorhanden. Gleiches gilt für die in Abbildung 6.15 dargestellte Gipskartonbauplatte. Auch hier passen die roten Kurven besser zusammen als die blauen. Die Gipskartonbauplatte ist in diesem Frequenzbereich somit als schwach gedämpft anzusehen. Die Übereinstimmung mit dem Kriterium von Heckl, das die Gipskartonbauplatte bis etwa 720 Hz als schwach gedämpft einstuft, ist ebenfalls vorhanden. Ob die Holzspanplatte oberhalb von 910 Hz und die Gipskartonbauplatte oberhalb von 720 Hz tatsächlich stark gedämpft sind, so wie es das Kriterium von Heckl ergibt, lässt sich an dieser Stelle jedoch nicht näher untersuchen, denn es gibt kein Modell für stark gedämpfte Platten, das den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades in diesem Frequenzbereich beschreibt. Näheren Aufschluss darüber liefert eventuell die Untersuchung des Einflusses des Anregebereiches auf die gesamte abgestrahlte

Schallleistung (siehe Kapitel 6.2.5). Das Kriterium von Heckl scheint, so weit sich dies an dieser Stelle beurteilen lässt, sinnvolle Aussagen zu liefern.

6.2.5 Einfluss des Anregebereiches auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung

Die Untersuchung dieses Sachverhaltes erfolgt an der Holzspanplatte, bei jeweils punktförmiger Anregung der Platte an Shakerposition 1. Dazu wird das Messergebnis, das ohne Abdeckung bestimmt wurde (siehe Abbildung 6.3) in der nachstehenden Abbildung mit dem Messergebnis, das mit der kleinen Abdeckung (r = 17 cm) ermittelt wurde (siehe Abbildung 6.8), und dem Messergebnis, das mit der großen Abdeckung (r = 25 cm) ermittelt wurde (siehe Abbildung 6.8), verglichen:

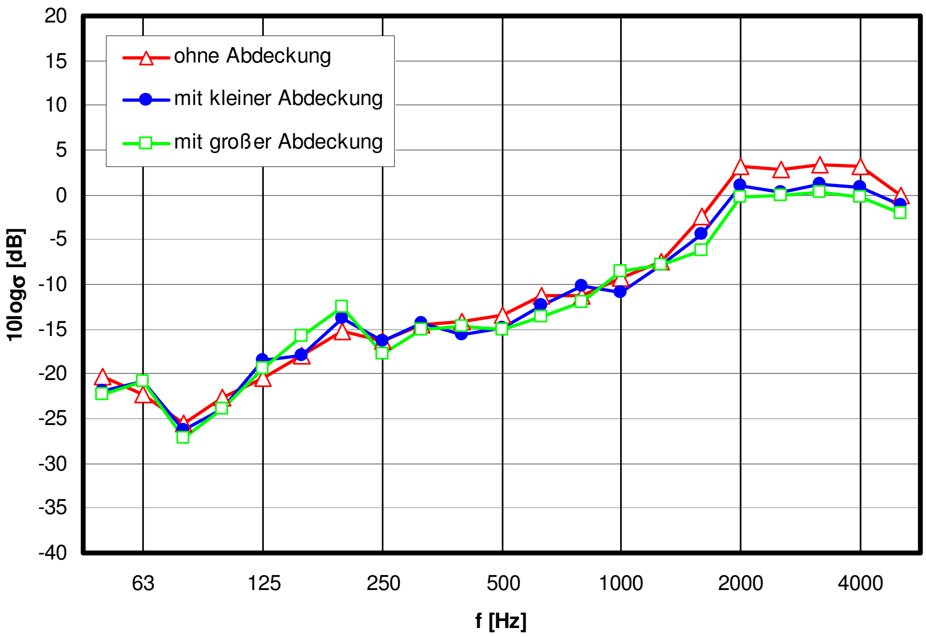


Abbildung 6.16: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes bei punktförmiger Anregung der Spanplatte an Shakerposition 1, ohne und mit unterschiedlich großen kreisförmigen Abdeckungen im Bereich der Anregestelle

Bei Betrachtung von Abbildung 6.16 sieht man, dass erst oberhalb von ca. 1250 Hz ein klarer tendenzieller Unterschied zwischen den Kurven festzustellen ist. Vergleicht man die Messwerte für 1/12-Oktave miteinander, erkennt man, dass diese Tendenz bereits bei ca. 1100 Hz einsetzt. Die „mittlere Schnelle“ auf der Platte ist in allen drei Fällen identisch. Folglich muss die Abdeckung oberhalb einer Frequenz von ca. 1100 Hz einen Einfluss auf die abgestrahlte Schallleistung haben. Dies ist nur dadurch zu erklären, dass die vom Biegewellennahfeld im Bereich der Anregestelle abgestrahlte Schallleistung in diesem Frequenzbereich an Bedeutung gewinnt. Bei einer punktförmig angeregten, endlichen Platte setzt sich die gesamte von einer Platte unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz abgestrahlte Schallleistung aus der Abstrahlung von den Rändern und der Abstrahlung im Bereich der Anregestelle zusammen. Bei schwach gedämpften Platten dominiert die Abstrahlung von den Rändern, bei stark gedämpften Platten dominiert die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle, und dazwischen muss ein Übergangsbereich existieren (siehe Kapitel 3.3). Wird die Bedeutung der Abstrahlung des Biegewellennahfeldes um die Anregestelle in Bezug auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung größer, dann sagt dies aus, dass die Platte in diesem Frequenzbereich stärker gedämpft ist als in Bereichen, in denen die Biegewellennahfeldabstrahlung keine Rolle spielt. Unterhalb von ca. 1100 Hz ist kein tendenzieller Unterschied zwischen den Kurven festzustellen. In diesem Frequenzbereich ist die Holzspanplatte auf jeden Fall schwach gedämpft und die Schallabstrahlung von den Rändern dominiert. Oberhalb von ca. 1100 Hz ist die Holzspanplatte zwar als etwas stärker gedämpft einzustufen, jedoch nicht als sehr stark gedämpft. Wäre die Holzspanplatte in diesem Frequenzbereich sehr stark gedämpft, d. h. die abgestrahlte Schallleistung würde hauptsächlich durch das Biegewellennahfeld um die Anregestelle hervorgerufen werden, dann müsste der Unterschied zur Messung ohne Abdeckung größer sein. Zwischen der kleinen und der großen Abdeckung ist zwar ein Unterschied vorhanden, aber selbst bei der großen Abdeckung ist der Unterschied zur Messung ohne Abdeckung relativ gering. Somit kann man sagen, dass die Holzspanplatte in diesem Frequenzbereich zwar stärker gedämpft ist, sich aber noch in einem Übergangsbereich befindet, in dem sowohl die Ränder, als auch das Biegewellennahfeld um die Anregestelle zur gesamten Schallabstrahlung beitragen. Der Unterschied zwischen der Messung ohne Abdeckung und der Messung mit der großen Abdeckung beträgt oberhalb von ca. 1100 Hz ungefähr 3 dB, d. h. beide Anteile tragen in diesem Frequenzbereich etwa gleich stark zur Schallabstrahlung bei. Aus Zeitgründen konnte diese Untersuchung an der Gipskartonbauplatte nicht durchgeführt werden. Die Gipskartonbauplatte besitzt jedoch ähnliche Eigenschaften wie die Holzspanplatte, so dass für diese Platte ähnliche Ergebnisse zu erwarten sind.

Sobald eine Platte also nicht mehr als schwach gedämpft einzustufen ist, hat der Bereich um die Anregestelle einen Einfluss auf die abgestrahlte Schallleistung. Dieser ist umso größer, je größer die Dämpfung der Platte ist. Unter Berücksichtigung dieser Ergebnisse und der Ergebnisse in Kapitel 6.2.4 lässt sich außerdem feststellen, dass das Kriterium von Heckl (siehe Kapitel 3.3) für den Frequenzbereich, in dem Platten als schwach gedämpft einzustufen sind, relativ gut mit dem Messergebnis übereinstimmt. Falls bei Platten zusätzlich zu dem schwach gedämpften Bereich auch noch ein Frequenzbereich stärkerer bzw. starker Dämpfung vorhanden ist, schließt sich an den schwach gedämpften Bereich, bevor er ggf. in den stark gedämpften Bereich übergeht, ein Übergangsbereich an. Die Größe dieses Übergangsbereiches und der eigentliche Beginn des stark gedämpften Bereiches lassen sich mit Hilfe des Kriteriums von Heckl nicht bestimmen und müssen daher messtechnisch ermittelt werden.

6.2.6 Vergleich zwischen Punkt- und Linienanregung

Zur Untersuchung des Unterschieds zwischen diesen beiden Anregungsarten, wird das Messergebnis für die punktförmige Anregung der fest eingespannten Gipskartonbauplatte an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.4) mit den beiden linienförmigen Anregungen (longitudinale und transversale Anregung der Zusatzplatte) der fest eingespannten Gipskartonbauplatte (siehe Abbildung 6.6) verglichen. Dieser Vergleich ist in der nachgestellten Abbildung dargestellt:

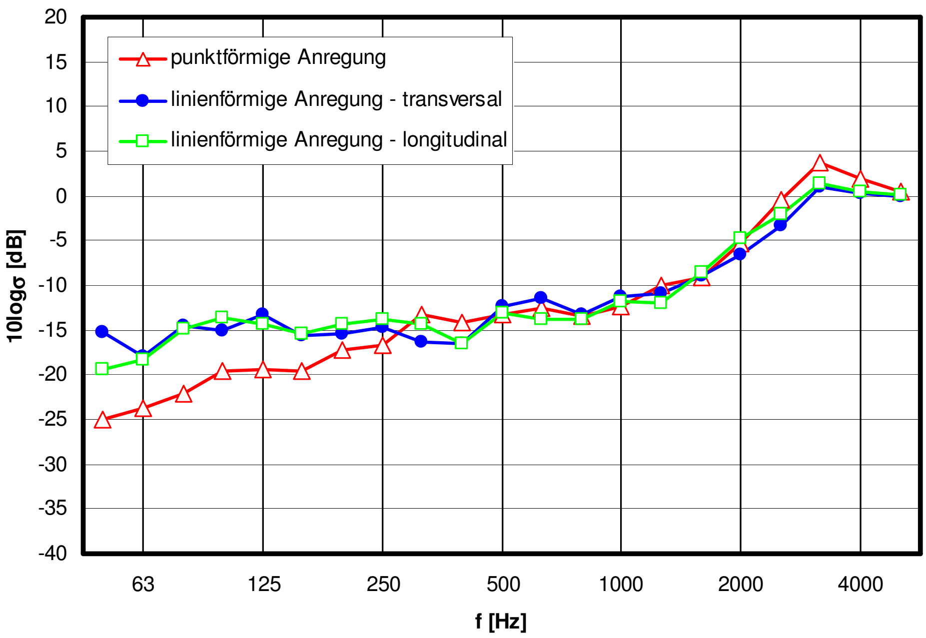


Abbildung 6.17: Frequenzverlauf des Abstrahlmaßes der fest eingespannten Gipskartonbauplatte für verschiedene Anregungsarten

In Abbildung 6.17 sind zwei Sachverhalte ersichtlich. Zum einen ist zwischen der transversalen und der longitudinalen Anregung der Zusatzplatte, die zur Realisierung der Linienquelle angebracht wurde, in Bezug auf den Abstrahlgrad kaum ein Unterschied festzustellen. Ein Grund dafür ist, dass eine reine transversale bzw. eine reine longitudinale Anregung der Zusatzplatte fast unmöglich ist. Die Anregung ist in beiden Fällen eine Mischung aus transversaler und longitudinaler Anregung. Theoretisch müssten die Anteile der transversalen und der longitudinalen Komponente in beiden Fällen unterschiedlich sein, im Messergebnis ist jedoch kein Unterschied zu erkennen. Es muss folglich noch eine weitere Ursache geben. Die Hauptursache dürfte vermutlich sein, dass sich die miteinander verbundenen Platten („abstrahlende“ Platte und Zusatzplatte) im Bereich des T-Stoßes gegeneinander verdrehen können. Dies bedeutet, dass es im Bereich des T-Stoßes zu keiner idealen Umwandlung der beiden Wellentypen kommt. Die Longitudinalwellen werden im Bereich des T-Stoßes nicht ausschließlich in Transversalwellen bzw. Biegewellen umgewandelt, sondern zum Teil auch in Longitudinalwellen. Für die Transversalwellen gilt dies analog. Sie werden im Bereich des T-Stoßes nicht nur in Longitudinalwellen umgewandelt, sondern auch in Transversalwellen bzw. Biegewellen. Dies erklärt alles in allem den geringen Unterschied zwischen dem Abstrahlgrad bei transversaler und bei longitudinaler Anregung. Zum anderen erkennt man den Unterschied, der sich zwischen der punktförmigen und linienförmigen Anregung für den Abstrahlgrad ergibt. Erst weit unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist zwischen der Punkt- und der Linienanregung ein größerer Unterschied auszumachen. Die linienförmige Anregung führt im tiefen Frequenzbereich im Vergleich zur punktförmigen Anregung zu größeren Werten für den Abstrahlgrad. Dies könnte zum einen damit zusammenhängen, dass sich durch die Linienquelle und die damit verringerte Beweglichkeit der Platte in diesem Bereich die „wirksame Randfläche“ vergrößert hat. Denn eine Vergrößerung der Randfläche sollte sich bei schwach gedämpften Platten theoretisch, so wie dies hier der Fall ist, am stärksten bei tiefen Frequenzen und den damit verbundenen „großen“ Wellenlängen auswirken. Diese These bestätigt sich auch durch den Vergleich der Messkurve „GKB-Platte - Eckanregung“ mit der Messkurve „GKB-Platte - Eckanregung (+Zusatzplatte)“ in Abbildung 6.4. Die punktförmige Anregung der fest eingespannten Gipskartonbauplatte in Verbindung mit der Zusatzplatte, die zur Realisierung der Linienquelle angebracht wurde, führt im tieffrequenten Bereich im Mittel zu einem höheren Abstrahlgrad wie bei der punktförmigen Anregung der Gipskartonbauplatte ohne Zusatzplatte. Zum anderen ergibt sich durch die „Teilung“ der Platte und durch die Anregung über die gesamte Breite der Platte ein anderes Schwingungsverhalten der Platte. Dies macht sich am stärksten im tieffrequenten Bereich, in dem die modalen Eigenschaften des Körperschallfeldes auf der Platte zum Tragen kommen, bemerkbar. Diese beiden Aspekte erklären vermutlich den Unterschied im tieffrequenten Bereich. Außerdem ist im Bereich der Koinzidenzgrenzfrequenz zwischen der Punkt- und der Linienanregung ein kleinerer Unterschied festzustellen. Dies könnte möglicherweise auf Effekte des Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle, das in diesem Frequenzbereich, in dem die Gipskartonbauplatte etwas stärker gedämpft ist (siehe Kapitel 6.2.4 bzw. 6.2.5), eine größere Bedeutung hat, zurückzuführen sein.

6.2.7 Entwicklung geeigneter Berechnungsmodelle für verschiedene Anwendungsfälle

Im Folgenden werden die in Kapitel 4 zusammengestellten und teilweise bereits verbesserten Berechnungsmodelle aus der Literatur in einem ersten Schritt mit jeweils einem typischen Messergebnis für den jeweiligen Anwendungsfall verglichen. Daran erkennt man Geltungsbereich und Genauigkeit der verschiedenen Modelle aus der Literatur. Basierend auf diesen Modellen wird für den jeweils betrachteten Anwendungsfall ein optimiertes Berechnungsmodell entwickelt, das den Verlauf des Abstrahlgrades über der Frequenz am besten nachbildet. Aus Zeitgründen konnten nicht für alle in Kapitel 4 beschriebenen Anwendungsfälle Messungen durchgeführt werden. Die fehlenden Messungen werden, so weit dies möglich ist, durch Messergebnisse aus der Literatur vervollständigt. Da in der Literatur aber nur wenige aussagekräftige Messergebnisse für biegeweiche Rechteckplatten vorhanden sind, kann der Vergleich nicht für alle Anwendungsfälle erfolgen. Sofern der Vergleich mit eigenen Messergebnissen (siehe Kapitel 6.1.1) durchgeführt wird, erfolgt der Vergleich stets mit den Modellen für schwach gedämpfte Platten, da sich bei den bisherigen Untersuchungen herausgestellt hat, dass die drei untersuchten Platten hauptsächlich als schwach gedämpft einzustufen sind. Dies gilt vor allem für den wichtigen Bereich unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz. In einem zweiten Schritt werden die optimierten Berechnungsmodelle durch einen Vergleich mit weiteren Messergebnissen, sofern verfügbar, validiert. Die Validierung beschränkt sich dabei auf einen Vergleich mit einem oder zwei weiteren Messergebnissen, denn in der Literatur sind, wie bereits erwähnt, für biegeweiche Rechteckplatten nur sehr wenige aussagekräftige Messergebnisse vorhanden, so dass man hauptsächlich auf eigene Messergebnisse angewiesen ist.

6.2.7.1 Anwendungsfall punktförmige Anregung gelenkig gelagerter, schwach gedämpfter Platten

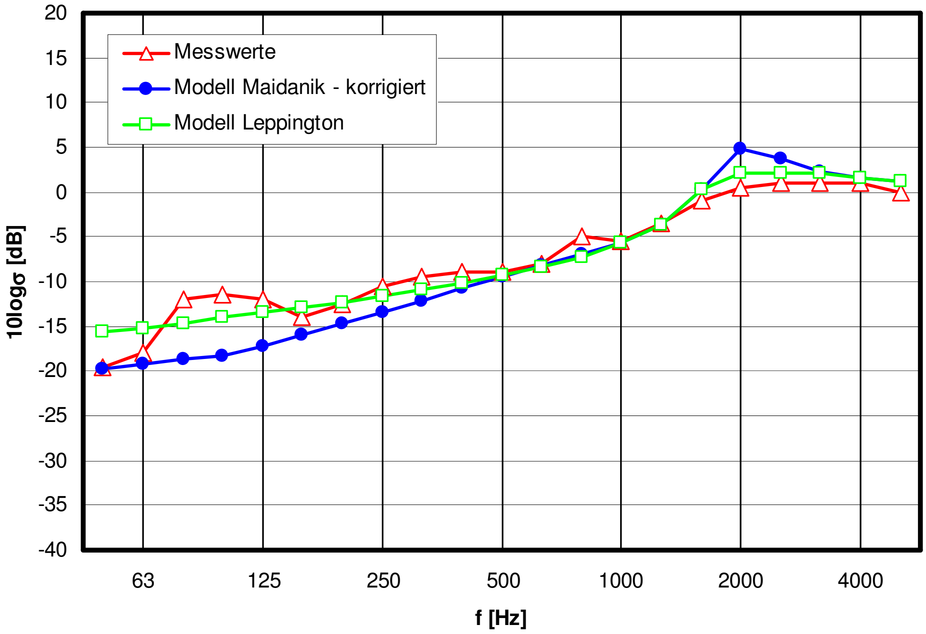


Abbildung 6.18: Vergleich des Messergebnisses der punktförmig angeregten, gelenkig gelagerten Stahlplatte mit den dazugehörigen Berechnungsmodellen – Teil 1

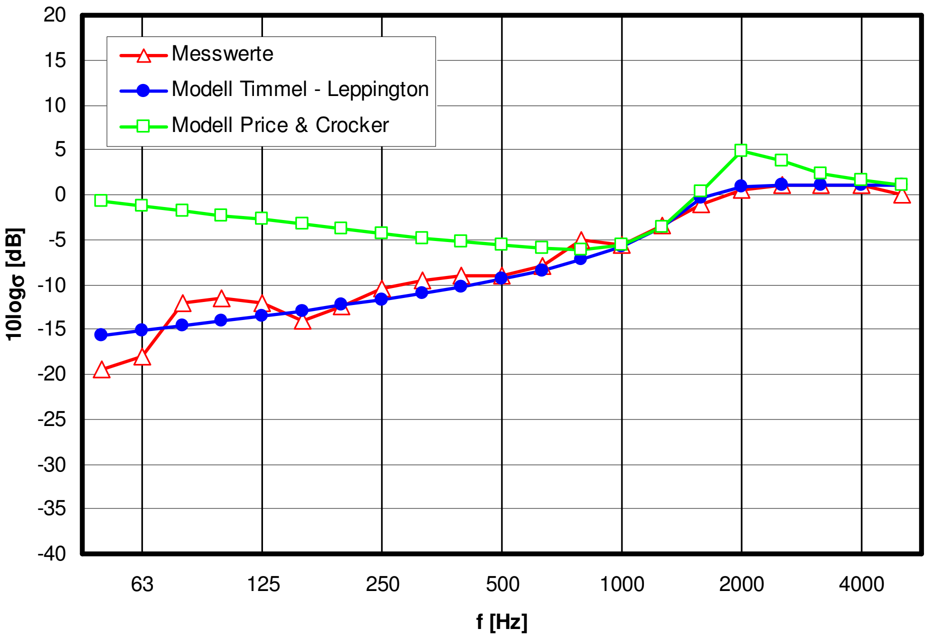


Abbildung 6.19: Vergleich des Messergebnisses der punktförmig angeregten, gelenkig gelagerten Stahlplatte mit den dazugehörigen Berechnungsmodellen – Teil 2

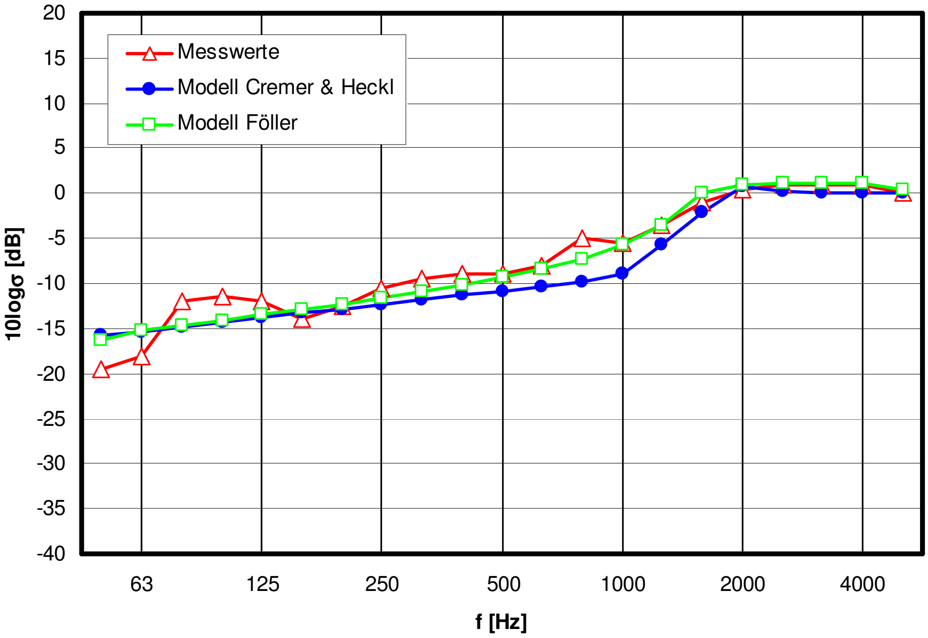


Abbildung 6.20: Vergleich des Messergebnisses der punktförmig angeregten, gelenkig gelagerten Stahlplatte mit den dazugehörigen Berechnungsmodellen – Teil 3

Für diesen Anwendungsfall muss aus bekannten Gründen (siehe Kapitel 6.2.1) sowohl für die Entwicklung eines Berechnungsmodells, als auch für dessen Validierung ausschließlich auf Messergebnisse aus der Literatur zurückgegriffen werden. Die Entwicklung eines optimierten Berechnungsmodells erfolgt anhand der Messung an einer Stahlplatte (siehe Anhang F Tabelle F.1). Die Abbildungen 6.18 bis 6.20 zeigen den Vergleich zwischen dem Messergebnis und den Berechnungsmodellen aus der Literatur für diesen Anwendungsfall (siehe Kapitel 4.2.1.1), wobei bezüglich der Berechnungsmodelle aus der Literatur bereits eine Vorauswahl getroffen wurde.

Bei genauer Betrachtung dieser Abbildungen stellt man fest, dass das Kombinationsmodell Timmel - Leppington und das Modell von Föller den Messverlauf ähnlich gut nachbilden. Im Bereich oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz liefert das Modell von Föller jedoch etwas exaktere Werte. Folglich beschreibt das Modell von Föller den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades insgesamt gesehen am besten. Das dazugehörige Berechnungsmodell wird in Kapitel 4.2.1.1.5 vorgestellt.

Der resultierende Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz ergibt sich dabei nach folgender Bedingung:

$$\sigma_{res} = Min\left(\sigma_Z, \sigma\left(f_g\right)\right) \tag{6.1}$$

σ_{res}: resultierender Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz $[-]$

σ_Z: Zwischenergebnis des Abstrahlgrades für die jeweilige Frequenz gemäß Berechnungsformeln in Kapitel 4.2.1.1.5 $[-]$

$\sigma(f_g)$: Abstrahlgrad für die Koinzidenzgrenzfrequenz gemäß Kapitel 4.2.1.1.5 $[-]$

Die Validierung des entwickelten Berechnungsmodells erfolgt mittels des Messergebnisses für eine Gipskartonbauplatte (siehe Anhang F Tabelle F.2):

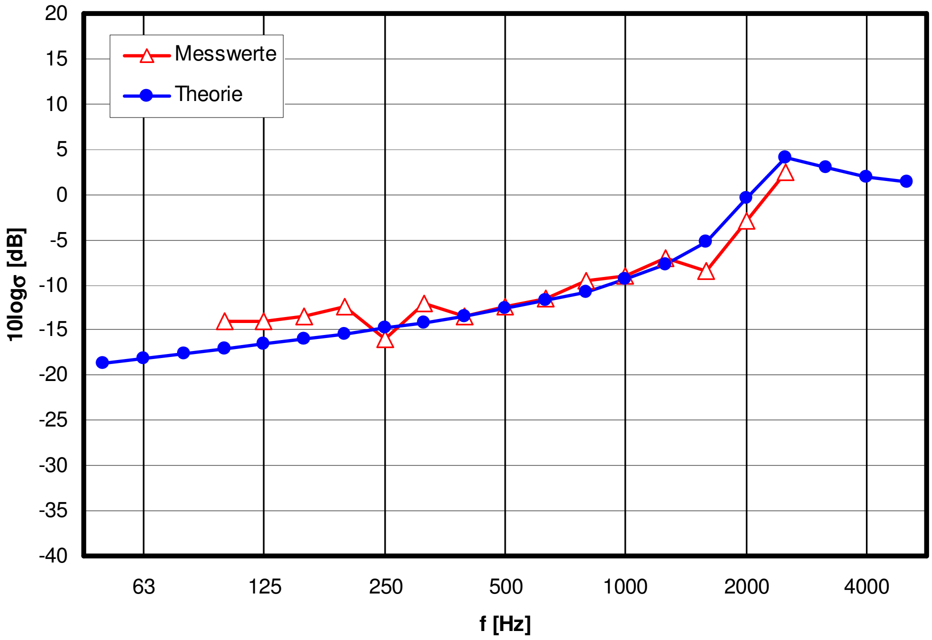


Abbildung 6.21: Vergleich des optimierten Modells für punktförmig angeregte, gelenkig gelagerte, schwach gedämpfte Platten mit dem Messergebnis für eine Gipskartonbauplatte

In Abbildung 6.21 erkennt man, dass die Übereinstimmung des entwickelten Modells auch mit diesem Messergebnis relativ gut ist. Allerdings standen für das Messergebnis nur Terzwerte im Frequenzbereich von 100 - 2500 Hz zur Verfügung.

6.2.7.2 Anwendungsfall punktförmige Anregung fest eingespannter, schwach gedämpfter Platten

Die Entwicklung eines geeigneten Berechnungsmodells erfolgt anhand des Messergebnisses für die Gipskartonbauplatte (siehe Abbildung 6.4). Die folgenden Abbildungen zeigen den Vergleich zwischen dem Messergebnis und den Berechnungsmodellen aus der Literatur für diesen Anwendungsfall (siehe Kapitel 4.2.1.2):

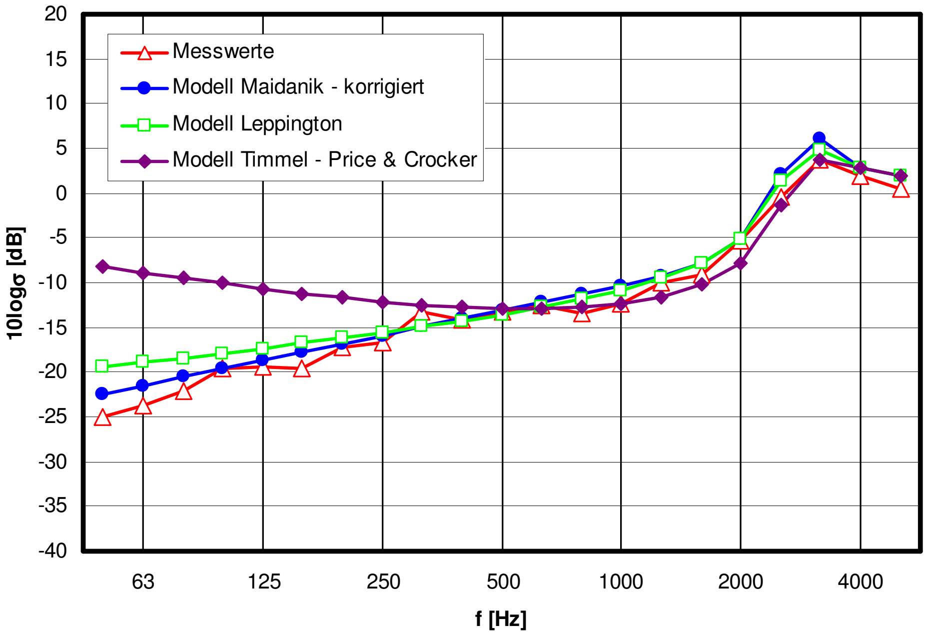


Abbildung 6.22: Vergleich des Messergebnisses der an Shakerposition 2 punktförmig angeregten, fest eingespannten Gipskartonbauplatte mit den dazugehörigen Berechnungsmodellen – Teil 1

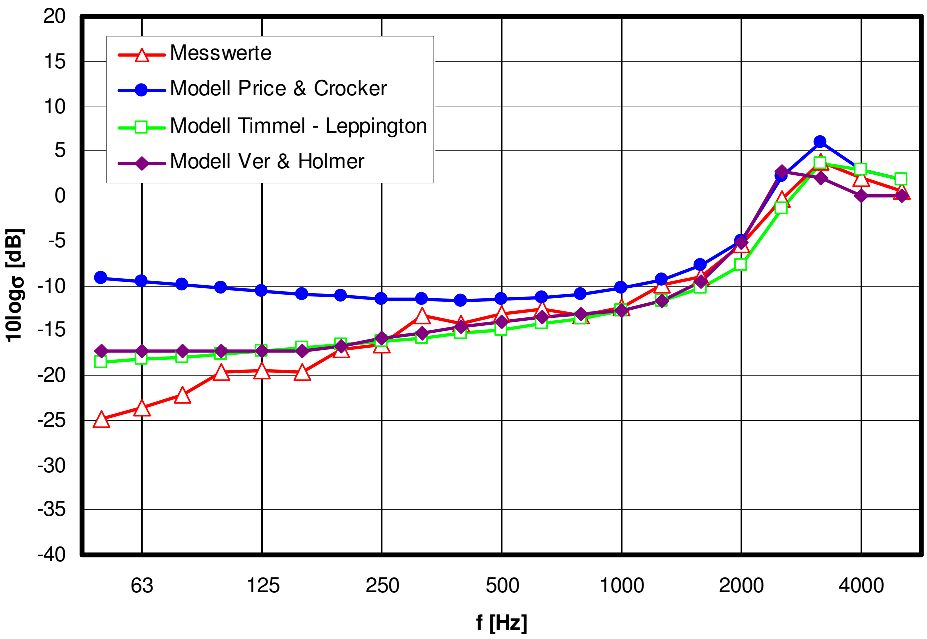


Abbildung 6.23: Vergleich des Messergebnisses der an Shakerposition 2 punktförmig angeregten, fest eingespannten Gipskartonbauplatte mit den dazugehörigen Berechnungsmodellen – Teil 2

Bei genauer Betrachtung der Abbildungen 6.22 und 6.23 stellt man fest, dass das Modell „Maidanik-korrigiert“ (siehe Kapitel 4.2.1.2.1) den Verlauf des Abstrahlgrades unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz am besten beschreibt. Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz und oberhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz sind das Kombinationsmodell Timmel - Price & Crocker (siehe Kapitel 4.2.1.2.5) bzw. das Kombinationsmodell Timmel - Leppington (siehe Kapitel 4.2.1.2.5) (diese beiden Modelle sind in diesem Bereich identisch) am besten. Somit ergibt sich resultierend folgendes Berechnungsmodell:

Für $f < f_g$ gilt:

Im Bereich $f < f_g$ wird zwischen den Frequenzbereichen $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a << 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b << 1$, d. h. für $f << f_g$, und $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a > 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b > 1$ unterschieden (siehe Kapitel 4.2.1.1.1). Die Verbindung der beiden Frequenzbereiche erfolgt durch eine Gerade (bezogen auf eine logarithmische Frequenzachse). Dazu wird jeweils ein Punkt in den beiden Frequenzbereichen benötigt.

Im Frequenzbereich $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a << 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b << 1$ ist der notwenige Punkt identisch mit dem Punkt, der die obere Grenze dieses Bereiches repräsentiert. Die dazugehörige Frequenz wird als f_u bezeichnet. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, wie der Ausdruck

$$\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a << 1 \quad \rightarrow \quad f << \frac{c_L}{\pi \cdot a}$$

bzw.

$$\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b << 1 \quad \rightarrow \quad f << \frac{c_L}{\pi \cdot b}$$

zu interpretieren ist. Gilt für die Frequenz $f < \frac{1}{2} \cdot \frac{c_L}{\pi \cdot a}$ bzw. $f < \frac{1}{2} \cdot \frac{c_L}{\pi \cdot b}$, dann ist dies für die Praxis erfahrungsgemäß eine sinnvolle Interpretation der Bedingung „viel kleiner“. Wie man sieht, ist dabei die größere Plattenabmessung die entscheidende Größe, denn sie ergibt die kleinere Frequenz.

Im Frequenzbereich $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot a > 1$, $\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot b > 1$ ergibt sich der benötigte Punkt für die Frequenz $f = 0{,}5 \cdot f_g$ und dem entsprechenden Wert des Abstrahlgrades bei dieser

Frequenz. Diese Frequenz wird als f_o bezeichnet. Die durchgeführten Beispielrechnungen zeigen, dass man für alle bauüblichen Plattenabmessungen mittels der Frequenz $f_o = 0{,}5 \cdot f_g$ durch die Verbindungsgerade einen stetigen Übergang zwischen den beiden Frequenzbereichen erhält.

Folglich ergeben sich für den Bereich $f < f_g$ folgende Berechnungsformeln:

$$\sigma = \begin{cases} \frac{4}{\pi^4} \cdot \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot \left(\frac{f}{f_g} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 2 & \textit{für} \quad f \le f_u \\ 10^{\frac{\sigma'^*}{10\,dB}} & \textit{für} \quad f_u < f < f_o \\ \left(\frac{\lambda_L \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_1(\alpha) + \frac{U \cdot \lambda_g}{S} \cdot g_2(\alpha) \right) \cdot 2 & \textit{für} \quad f_o \le f < f_g \end{cases} \tag{6.2}$$

mit: $$\sigma'^* = \frac{\sigma'(f_o) - \sigma'(f_u)}{\lg(f_o) - \lg(f_u)} \cdot [\lg(f) - \lg(f_u)] + \sigma'(f_u) + 3\,dB \tag{6.3}$$

$$f_u = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_L}{\pi \cdot a} \qquad \textit{für} \quad a > b \tag{6.4}$$

$$f_o = 0{,}5 \cdot f_g \tag{6.5}$$

$$g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{4}{\pi^4} (1 - 2 \cdot \alpha^2) \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \sqrt{1 - \alpha^2}} & \textit{für} \quad f < 0{,}5 \cdot f_g \\ 0 & \textit{für} \quad f > 0{,}5 \cdot f_g \end{cases} \tag{6.6}$$

$$g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(1 - \alpha^2) \cdot \ln\left(\frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)} \right) + 2 \cdot \alpha}{(1 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{6.7}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{f}{f_g}} \tag{6.8}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

σ' : Abstrahlmaß nach Gleichung (2.2) $[dB]$

U : Plattenumfang $[m]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

S : Plattenfläche $[m^2]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $\left[\frac{1}{s}\right]$

λ_L : Luftschallwellenlänge $[m]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

a , b : Plattenabmessungen, mit $a > b$ $[m]$

Der resultierende Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz ergibt sich nach folgender Bedingung:

$$\sigma_{res} = Min(\sigma_Z, \sigma(f_g)) \tag{6.9}$$

σ_{res} : resultierender Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz $[-]$

σ_Z : Zwischenergebnis des Abstrahlgrades für die jeweilige Frequenz nach Gleichung (6.2) $[-]$

$\sigma(f_g)$: Abstrahlgrad nach Gleichung (6.10) für $f = f_g$ $[-]$

Die Geradengleichung im Frequenzbereich $f_u < f < f_o$ ist in logarithmischer Form dargestellt, denn die Gerade bezieht sich auf eine logarithmische Frequenzachse.
Die Erhöhung des Abstrahlgrades um „3 dB“, die für die feste Einspannung unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz notwendig ist (siehe Kapitel 4.2.1.2.1), wurde in Gleichung (6.2) bereits eingearbeitet.

Für $f \geq f_g$ gilt:

$$\sigma = \begin{cases} 0{,}45 \cdot \sqrt{\frac{U}{\lambda_g}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b}{a}} & \text{für } \; f = f_g \\ \frac{\sigma(1{,}25 \cdot f_g) - \sigma(f_g)}{(1{,}25 \cdot f_g) - f_g} \cdot [f - f_g] + \sigma(f_g) & \text{für } \; f_g < f < 1{,}25 \cdot f_g \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_g}{f}}} & \text{für } \; f \geq 1{,}25 \cdot f_g \end{cases} \tag{6.10}$$

Der resultierende Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz ergibt sich nach folgender Bedingung:

$$\sigma_{res} = Min(\sigma_Z, \sigma(f_g)) \tag{6.11}$$

σ_{res}: resultierender Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz $[-]$

σ_Z: Zwischenergebnis des Abstrahlgrades für die jeweilige Frequenz nach Gleichung (6.10) $[-]$

$\sigma(f_g)$: Abstrahlgrad nach Gleichung (6.10) für $f = f_g$ $[-]$

Die Validierung des entwickelten Berechnungsmodells erfolgt mittels des Messergebnisses für die Holzspanplatte (siehe Abbildung 6.4) und des Messergebnisses für die Aluminiumplatte (siehe Abbildung 6.4). Das Ergebnis der Validierung ist in nachstehender Abbildung dargestellt:

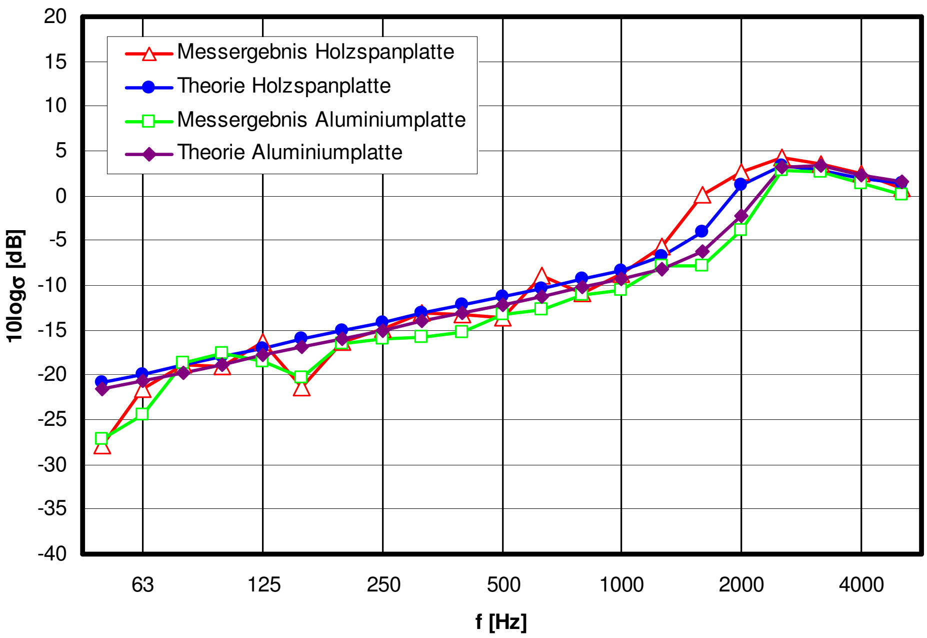


Abbildung 6.24: Vergleich des optimierten Modells für punktförmig angeregte, fest eingespannte, schwach gedämpfte Platten mit zwei weiteren Messergebnissen

In Abbildung 6.24 erkennt man, dass die Übereinstimmung zwischen dem entwickelten Berechnungsmodell und dem dazugehörigen Messergebnis gut ist. Daher lassen sich mit diesem Berechnungsmodell für die Praxis, im Fall einer punktförmigen Anregung von schwach gedämpften, fest eingespannten Platten, zuverlässige Vorhersagen bezüglich des Abstrahlgrades treffen.

6.2.7.3 Anwendungsfall punktförmige Anregung frei gelagerter, schwach gedämpfter Platten

Die Entwicklung eines geeigneten Berechnungsmodells erfolgt anhand des Messergebnisses für die Gipskartonbauplatte (siehe Abbildung 6.9). Dazu wird das Messergebnis mit dem Berechnungsmodell von Gösele (siehe Kapitel 4.3.1.2) verglichen. Dies ist das einzige in der Literatur vorhandene Berechnungsmodell für frei gelagerte Platten. Obwohl das Modell von Gösele eigentlich für linienförmig angeregte Platten gilt, wird es für den Vergleich herangezogen, da für die punktförmige Anregung in der Literatur kein Berechnungsmodell existiert. Nachgestellte Abbildung zeigt den Vergleich:

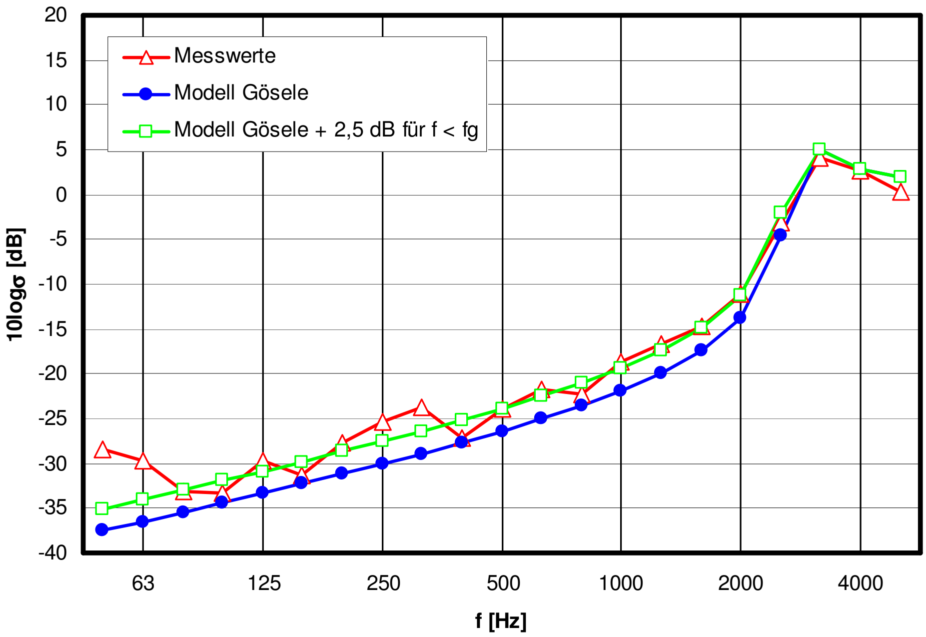


Abbildung 6.25: Vergleich des Messergebnisses der an Shakerposition 2 punktförmig angeregten, frei gelagerten Gipskartonbauplatte mit dem Berechnungsmodell von Gösele

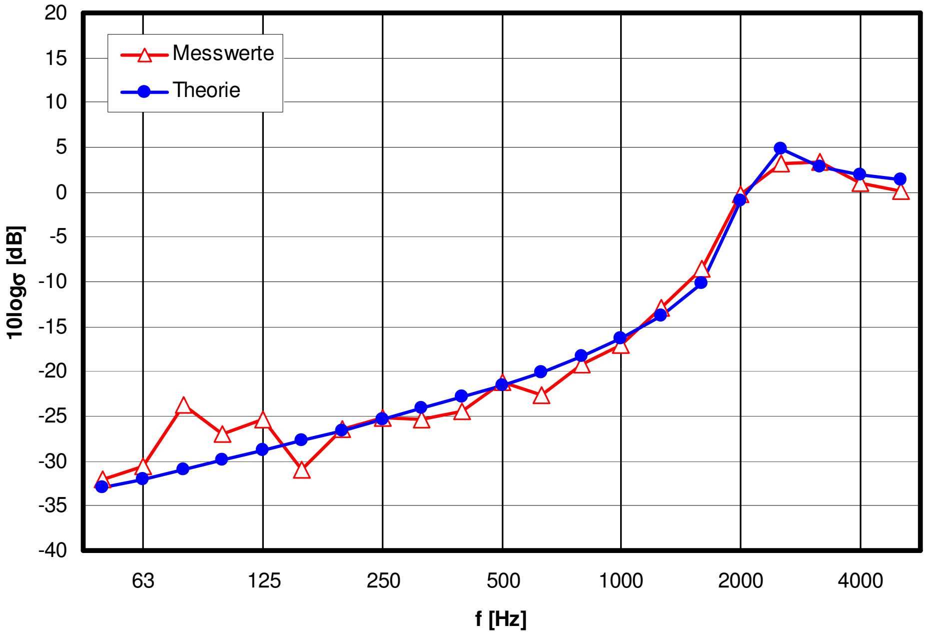


Abbildung 6.26: Vergleich des optimierten Modells für punktförmig angeregte, frei gelagerte, schwach gedämpfte Platten mit dem Messergebnis für eine Holzspanplatte

Bei Begutachtung von Abbildung 6.25 erkennt man, dass das Modell von Gösele den Verlauf des Abstrahlgrades über der Frequenz relativ gut beschreibt. Erhöht man die Werte für den Abstrahlgrad beim Modell von Gösele unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz um „2,5 dB", dann wird der Verlauf des Abstrahlgrades, wie an der Kurve „Modell Gösele + 2,5 dB für $f < f_g$" in Abbildung 6.25 zu sehen ist, noch besser beschrieben. Das dazugehörige Berechnungsmodell ergibt sich nach Kapitel 4.3.1.2, mit dem Zusatz, dass die Werte für den Abstrahlgrad unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz um „2,5 dB" erhöht werden.

Der resultierende Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz wird somit nach folgender Bedingung ermittelt:

$$\sigma_{res} = Min\left(\sigma_Z, \sigma\left(f_g\right)\right) \tag{6.12}$$

σ_{res}: resultierender Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz $[-]$

σ_Z: Zwischenergebnis des Abstrahlgrades für die jeweilige Frequenz gemäß Berechnungsformeln in Kapitel 4.3.1.2, inklusive der beschriebenen Erhöhung um „2,5 dB" unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz $[-]$

$\sigma(f_g)$: Abstrahlgrad für die Koinzidenzgrenzfrequenz gemäß Kapitel 4.3.1.2 $[-]$

Die Validierung des entwickelten Berechnungsmodells erfolgt mittels des Messergebnisses für die Holzspanplatte (siehe Abbildung 6.9). Das Ergebnis der Validierung ist in Abbildung 6.26 dargestellt. In dieser Abbildung sieht man, dass die Übereinstimmung des entwickelten Modells auch mit diesem Messergebnis gut ist. Obwohl das Modell von Gösele eigentlich für eine linienförmige Anregung ausgelegt ist, erhält man durch eine kleine Veränderung auch für eine punktförmige Anregung eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen.

6.2.7.4 Anwendungsfall punktförmige Anregung stark gedämpfter Platten

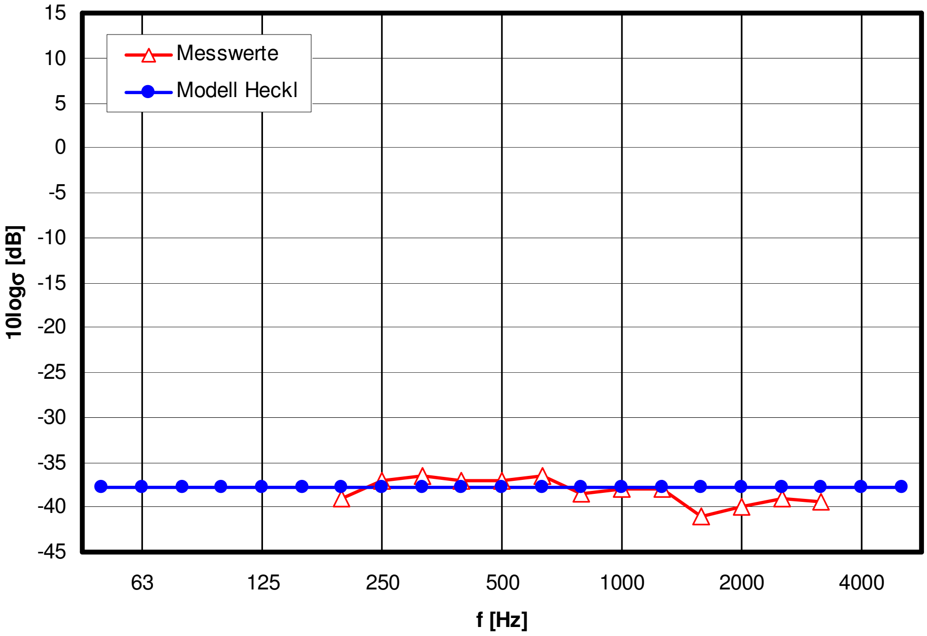


Abbildung 6.27: Vergleich des Messergebnisses der punktförmig angeregten Hartfaserplatte mit dem Berechnungsmodell von Heckl

Die drei verwendeten Platten sind insgesamt gesehen eher als schwach gedämpft und nicht als stark gedämpft einzustufen. Deshalb muss sowohl für die Entwicklung eines Berechnungsmodells, als auch für dessen Validierung auf Messwerte aus der Literatur zurückgegriffen werden. Die Entwicklung eines geeigneten Berechnungsmodells erfolgt anhand des Messergebnisses für eine Hartfaserplatte (siehe Anhang F Tabelle F.3). Dazu wird das Messergebnis mit dem Berechnungsmodell von Heckl (siehe Kapitel 4.2.2) verglichen. Heckl ist der einzige Autor, der für den Fall von stark gedämpften Platten eine sinnvolle Berechnungsformel zur Bestimmung des Abstrahlgrades angibt. Abbildung 6.27

zeigt den Vergleich. Bei Betrachtung dieser Abbildung sieht man, dass das Modell von Heckl den Verlauf des Abstrahlgrades im Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ (die Koinzidenzgrenzfrequenz der Hartfaserplatte liegt etwa bei 8000 Hz), in dem dieses Modell seine Gültigkeit besitzt, gut beschreibt. Das resultierende Berechnungsmodell ergibt sich somit nach Kapitel 4.2.2.

Die Validierung des resultierenden Berechnungsmodells erfolgt mittels des Messergebnisses für eine Gipsplatte (siehe Anhang F Tabelle F.4):

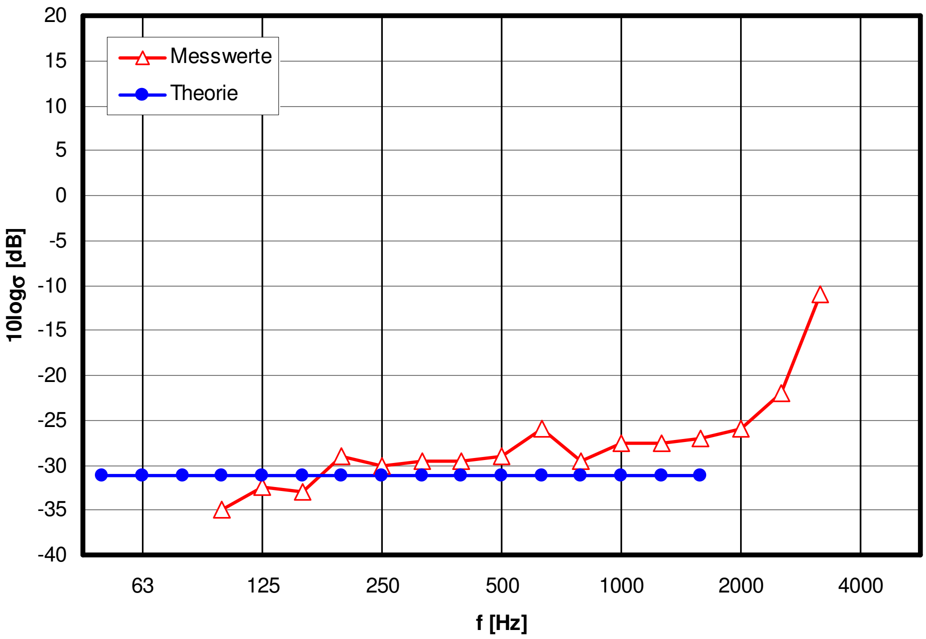


Abbildung 6.28: Vergleich des resultierenden Modells für punktförmig angeregte, stark gedämpfte Platten mit dem Messergebnis für eine Gipsplatte

In Abbildung 6.28 wird das Modell nur im Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ (die Koinzidenzgrenzfrequenz der Gipsplatte liegt etwa bei 2800 Hz), in dem dieses Modell auch seine Gültigkeit besitzt, dargestellt. Man erkennt, dass die Übereinstimmung des Modells auch mit diesem Messergebnis relativ gut ist.

So weit eine Beurteilung an dieser Stelle möglich ist, lassen sich mit diesem Berechnungsmodell für die Praxis, im Fall einer punktförmigen Anregung von stark gedämpften Platten, im Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ relativ zuverlässige Vorhersagen bezüglich des Abstrahlgrades treffen.

6.2.7.5 Anwendungsfall linienförmige Anregung fest eingespannter, schwach gedämpfter Platten

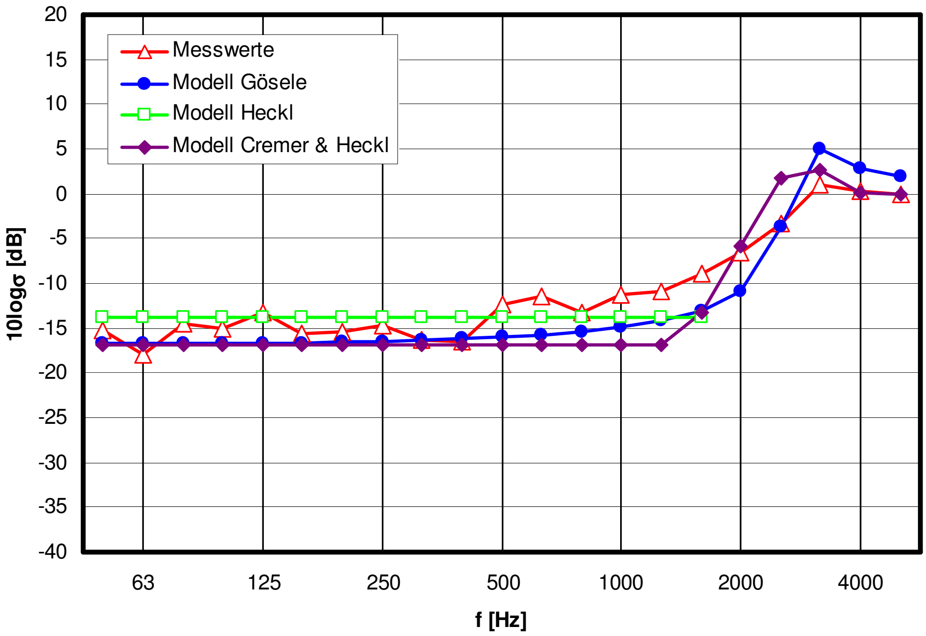


Abbildung 6.29: Vergleich des Messergebnisses der linienförmig angeregten, fest eingespannten Gipskartonbauplatte mit entsprechenden Berechnungsmodellen

Für diesen Anwendungsfall gibt es in der Literatur kein Berechnungsmodell und auch keine Messergebnisse. Die Modelle aus der Literatur für linienförmig angeregte, schwach gedämpfte Platten basieren entweder auf einer gelenkigen oder einer freien Lagerung der Platten. Für die Entwicklung eines Berechnungsmodells ist man somit auf eigene Messergebnisse angewiesen. Die Messungen erfolgten für die fest eingespannte Gipskartonbauplatte. Wie man in Kapitel 6.2.6 gesehen hat, gibt es zwischen der transversalen und der longitudinalen Anregung der Zusatzplatte, die zur Realisierung der Linienquelle angebracht wurde, hinsichtlich des Abstrahlgrades keinen wesentlichen Unterschied. Zur Entwicklung eines Berechnungsmodells für diesen Anwendungsfall wird das Messergebnis für die Gipskartonbauplatte bei transversaler Anregung der Zusatzplatte (siehe Abbildung 6.6) mit den Berechnungsmodellen für linienförmig angeregte, gelenkig gelagerte, schwach gedämpfte Platten aus der Literatur verglichen (siehe Kapitel 4.3.1.1). In Abbildung 6.29 ist der Vergleich dargestellt. Bei genauer Betrachtung dieser Abbildung erkennt man, dass der Frequenzverlauf des Abstrahlgrades am besten beschrieben wird, wenn man im Bereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ das Modell von Heckl (siehe Kapitel 4.3.1.1.2) und im Bereich $f \geq \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ das

Modell von Cremer & Heckl (siehe Kapitel 4.3.1.1.1) verwendet. Somit ergibt sich resultierend folgendes Berechnungsmodell:

$$\sigma \approx \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{c_L}{f_g \cdot l} & \textit{für} \quad f \leq \frac{f_g}{\sqrt{2}} \\ 10^{\frac{\sigma'^*}{10\,dB}} & \textit{für} \quad \frac{f_g}{\sqrt{2}} < f < f_g \\ \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{\lambda_g}} & \textit{für} \quad f = f_g \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_g}{f}}} & \textit{für} \quad f > f_g \end{cases} \tag{6.13}$$

mit: $$\sigma'^* = \frac{\sigma'(f_g) - \sigma'\left(\frac{f_g}{\sqrt{2}}\right)}{\lg(f_g) - \lg\left(\frac{f_g}{\sqrt{2}}\right)} \cdot \left[\lg(f) - \lg\left(\frac{f_g}{\sqrt{2}}\right)\right] + \sigma'\left(\frac{f_g}{\sqrt{2}}\right) \tag{6.14}$$

σ : Abstrahlgrad $[-]$

σ' : Abstrahlmaß nach Gleichung (2.2) $[dB]$

c_L : Schallgeschwindigkeit in Luft $\left[\frac{m}{s}\right]$ ($343\frac{m}{s}$ bei 20°C)

f_g : Koinzidenzgrenzfrequenz nach Gleichung (2.15) $\left[\frac{1}{s}\right]$

l : Ausdehnung der Platte senkrecht zur Linienquelle $[m]$

f : Frequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$

λ_g : Biege- bzw. Luftschallwellenlänge bei der Koinzidenzgrenzfrequenz $[m]$

Der resultierende Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz ergibt sich nach folgender Bedingung:

$$\sigma_{res} = Min(\sigma_Z, \sigma(f_g)) \tag{6.15}$$

σ_{res} : resultierender Abstrahlgrad für die jeweilige Frequenz $[-]$

σ_Z: Zwischenergebnis des Abstrahlgrades für die jeweilige Frequenz nach Gleichung (6.13) $[-]$

$\sigma(f_g)$: Abstrahlgrad nach Gleichung (6.13) für $f = f_g$ $[-]$

Die Geradengleichung im Frequenzbereich $\frac{f_g}{\sqrt{2}} < f < f_g$ ist in logarithmischer Form dargestellt, denn die Gerade bezieht sich auf eine logarithmische Frequenzachse.
Bezüglich des Abstrahlgradverlaufes im Bereich $f > f_g$ und bezüglich des Ausdrucks $f >> f_g$ machen Cremer & Heckl keine präziseren Angaben. Deshalb wird in diesem Frequenzbereich die Berechnungsformel, die für $f > f_g$ üblicherweise verwendet wird, angewandt.
Obwohl die Berechnungsmodelle aus der Literatur eigentlich für gelenkig gelagerte Platten gelten, lässt sich mit diesen Modellen, so weit sich aus den durchgeführten Messungen erkennen lässt, auch der fest eingespannte Fall relativ gut nachbilden.
Eine Validierung dieses Berechnungsmodells ist nicht möglich, denn es liegen keine weiteren Messergebnisse bezüglich einer linienförmigen Anregung schwach gedämpfter Platten vor. Dennoch ist zu vermuten, dass sich mit diesem Berechnungsmodell für die Praxis, im Fall einer linienförmigen Anregung von schwach gedämpften, fest eingespannten Platten, relativ zuverlässige Vorhersagen bezüglich des Abstrahlgrades treffen lassen.

6.2.7.6 Anwendungsfall linienförmige Anregung stark gedämpfter Platten

Aus den gleichen Gründen wie bei dem Anwendungsfall für punktförmig angeregte, stark gedämpfte Platten (siehe Kapitel 6.2.7.4) muss auch für die Entwicklung eines Berechnungsmodells für linienförmig angeregte, stark gedämpfte Platten auf ein Messergebnis aus der Literatur zurückgegriffen werden. Die Entwicklung eines geeigneten Berechnungsmodells erfolgt anhand des Messergebnisses für eine Hartfaserplatte (siehe Anhang F Tabelle F.5). Dazu wird das Messergebnis mit dem Berechnungsmodell von Heckl (siehe Kapitel 4.3.2) verglichen. Heckl ist, wie bereits erwähnt, der einzige Autor, der für den Fall von stark gedämpften Platten eine sinnvolle Berechnungsformel zur Bestimmung des Abstrahlgrades angibt. Abbildung 6.30 zeigt den Vergleich.

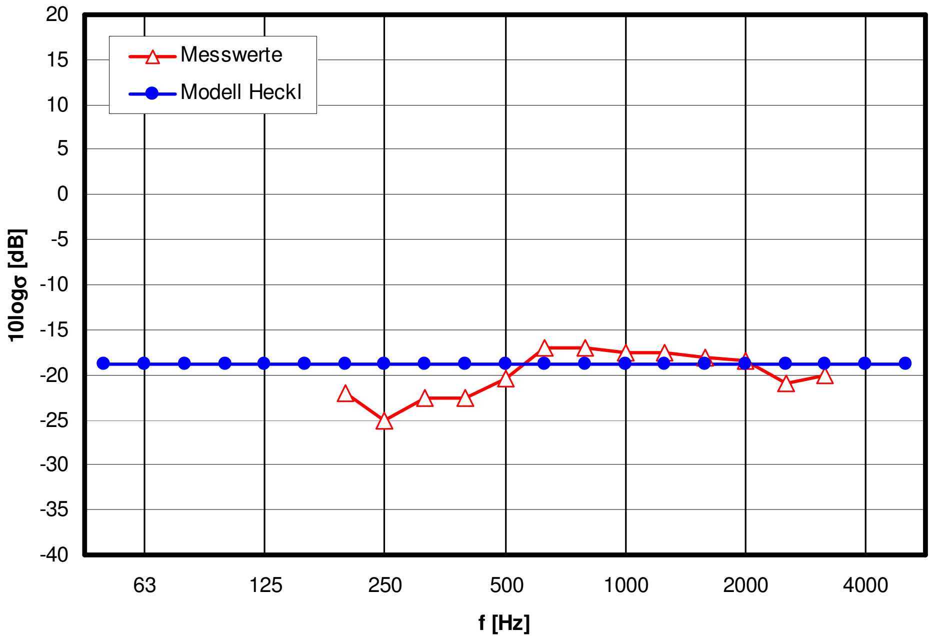


Abbildung 6.30: Vergleich des Messergebnisses der linienförmig angeregten Hartfaserplatte mit dem Berechnungsmodell von Heckl

Bei Betrachtung von Abbildung 6.30 erkennt man, dass das Modell von Heckl den Verlauf des Abstrahlgrades im Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ (die Koinzidenzgrenzfrequenz der Hartfaserplatte liegt etwa bei 8000 Hz), in dem dieses Modell seine Gültigkeit besitzt, gut beschreibt. Das resultierende Berechnungsmodell ergibt sich somit nach Kapitel 4.3.2.

Eine Validierung dieses Berechnungsmodells ist nicht möglich, denn es liegen keine weiteren Messergebnisse bezüglich einer linienförmigen Anregung stark gedämpfter Platten vor.

So weit eine Beurteilung an dieser Stelle möglich ist, lassen sich mit diesem Berechnungsmodell für die Praxis, im Fall einer linienförmigen Anregung von stark gedämpften Platten, im Frequenzbereich $f < \frac{f_g}{\sqrt{2}}$ relativ zuverlässige Vorhersagen bezüglich des Abstrahlgrades treffen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Der Abstrahlgrad biegeweicher Platten hat eine große praktische Bedeutung. Trotzdem lagen bislang über den Abstrahlgrad von Platten dieser Art nur lückenhafte Erkenntnisse vor. Dies betraf die rechnerische Modellierung und die messtechnische Untersuchung. Daher wurde die Schallabstrahlung von mechanisch angeregten, biegeweichen, isotropen Rechteckplatten sowohl messtechnisch als auch rechnerisch untersucht. In der Vergangenheit haben sich zwar mehrere Autoren bereits mit dem Abstrahlgrad von mechanisch angeregten Platten beschäftigt und diverse Berechnungsmodelle entwickelt, jedoch lagen bislang nur wenige Erkenntnisse über Genauigkeit und Anwendungsgrenzen der einzelnen Modelle und die zwischen ihnen vorhandenen Unterschiede vor.

In einem ersten Schritt wurden daher die aus der Literatur bekannten theoretischen Berechnungsmodelle für mechanisch angeregte, endliche isotrope Rechteckplatten, unterteilt nach ihren Anwendungsgebieten, beschrieben und dargestellt. Dabei wurde zwischen punkt- und linienförmiger Anregung differenziert. Der frequenzunabhängige Maximalwert, der im Bereich der Koinzidenzgrenzfrequenz in diese Berechnungsmodelle implementiert wurde, um zu verhindern, dass sich Werte für den Abstrahlgrad ergeben, die größer sind, als der Wert des Abstrahlgrades bei der Koinzidenzgrenzfrequenz, hat sich im Laufe der Auswertung als sinnvoll herausgestellt.

In einem zweiten Schritt wurden am Beispiel von drei biegeweichen Platten im Hinblick auf den Abstrahlgrad verschiedene messtechnische Untersuchungen durchgeführt. Mit Hilfe dieser Messergebnisse konnten in Verbindung mit weiteren Messergebnissen aus der Literatur diverse Sachverhalte untersucht werden. Die ursprüngliche der Ermittlung des Abstrahlgrades zugrundeliegende Annahme, dass die drei eingesetzten Platten größtenteils als schwach gedämpft anzusehen sind, hat sich im Laufe der Messauswertung bestätigt. Obwohl diese Platten im oberen Bereich des betrachteten Frequenzbereiches zum Teil etwas stärker gedämpft waren, konnte der Abstrahlgradverlauf dieser Platten mittels der Modelle für schwach gedämpfte Platten insgesamt gut nachgebildet werden. Anhand des Vergleichs der Berechnungsmodelle aus der Literatur mit entsprechenden Messergebnissen wurden die Unterschiede zwischen diesen Modellen sowie ihre Genauigkeit näher untersucht. Basierend auf den Modellen aus der Literatur wurden für die wichtigsten Anwendungsfälle optimierte Berechnungsmodelle entwickelt, durch die jeweils der Verlauf des Abstrahlgrades über der Frequenz am besten beschrieben wird. Die untersuchten Anwendungsfälle setzten sich aus verschiedenen Lagerungsarten der Platten an den Rändern, verschiedenen Anregungsarten und unterschiedlichen Plattendämpfungen zusammen. Die entwickelten Berechnungsmodelle wurden mittels weiterer Messergebnisse, soweit diese zur Verfügung standen, validiert. Zwischen den entwickelten Modellen und den vorhandenen Messergebnissen konnte bezüglich des Frequenzverlaufes des Abstrahlgrades durchweg eine recht gute Übereinstimmung erzielt werden.

Der Anregeort hat, zumindest bei punktförmiger Anregung der Platte, vorausgesetzt er befindet sich in gewissem Abstand zu den Randeinspannungen, keinen wesentlichen Einfluss auf den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades. Anhand der durchgeführten Messungen wurde außerdem festgestellt, dass sich die in der Praxis auftretenden Randeinspannungen wahrscheinlich mit einer festen Einspannung der Platten an den Rändern am besten nachbilden lassen. Aufgrund dieser Erkenntnis und der Tatsache, dass zwei der drei Platten, die bei den messtechnischen Untersuchungen eingesetzt wurden, in der Baupraxis weit verbreitet sind, konnte herausgearbeitet werden, mit welchem der entwickelten Berechnungsmodelle sich für die Praxis die jeweils zuverlässigsten Aussagen für den Frequenzverlauf des Abstrahlgrades treffen lassen.

Weiterhin hat sich herausgestellt, dass bei schwach gedämpften, biegeweichen Platten die Abstrahlung im Bereich der Plattenränder dominiert und die Abstrahlung des stets vorhandenen Biegewellennahfeldes im Bereich der Anregestelle im Hinblick auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung keine Rolle spielt. Sobald Platten jedoch nicht mehr schwach gedämpft sind, hat die Abstrahlung des Biegewellennahfeldes um die Anregestelle einen Einfluss auf die gesamte abgestrahlte Schallleistung. Dieser ist um so größer, je größer die Dämpfung der Platte ist. In diesem Zusammenhang wurde auch das Kriterium von Heckl, das er eingeführt hat, um zu unterscheiden, ob Platten schwach oder stark gedämpft sind, untersucht. Dabei lässt sich festhalten, dass dieses Kriterium den Frequenzbereich, in dem Platten als schwach gedämpft einzustufen sind, relativ gut wiedergibt. Falls bei Platten zusätzlich zu dem schwach gedämpften Bereich auch noch ein Frequenzbereich stärkerer bzw. starker Dämpfung vorhanden ist, schließt sich an den schwach gedämpften Bereich, bevor er ggf. in den stark gedämpften Bereich übergeht, ein Übergangsbereich an, in dem sowohl die Ränder, als auch das Biegewellennahfeld um die Anregestelle zur gesamten Schallabstrahlung beitragen. Die Größe dieses Übergangsbereiches und der eigentliche Beginn des stark gedämpften Bereiches lassen sich jedoch mit Hilfe des Kriteriums von Heckl nicht bestimmen und müssen daher messtechnisch ermittelt werden.

Der Unterschied, der sich zwischen der punktförmigen und der linienförmigen Anregung in Bezug auf den Abstrahlgrad ergibt, beschränkt sich hauptsächlich auf den tieffrequenten Bereich, in dem Linienquellen größere Werte für den Abstrahlgrad aufweisen als Punktquellen.

Die Validierung der entwickelten Berechnungsmodelle beschränkte sich dabei auf einen Vergleich mit einem oder zwei Messergebnissen. In einigen Fällen ist sogar überhaupt keine Validierung möglich gewesen. Dies lag zum einen daran, dass in der Literatur nur wenige aussagekräftige Messergebnisse für den Abstrahlgrad von biegeweichen Rechteckplatten vorhanden sind. Zum anderen war die Anzahl der Messungen, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführt werden konnten, aus Zeitgründen beschränkt. Um die Gültigkeit der entwickelten Berechnungsmodelle besser abzusichern, sind weitere messtechnische Untersuchungen an biegeweichen Platten aus unterschiedlichen Materialien und mit verschiedenen Abmessungen notwendig, was besonders die linienförmige Anregung betrifft. In diesem Zusammenhang könnte man auch untersuchen, welche Auswirkung es auf den Abstrahlgrad hat, wenn sich die Platten einerseits im gesamten Frequenzbereich in einem Übergangsbereich zwischen schwacher und starker Dämpfung befinden und andererseits die Platten nicht allseitig, sondern nur an zwei Seiten gelagert sind. Die Entwicklung eines Berechnungsmodells, das den Abstrahlgradverlauf von stark gedämpften Platten im gesamten Frequenzbereich beschreibt, wäre ebenfalls vorstellbar. Weiterhin wären Untersuchungen sinnvoll, die den Einfluss der Elementierung und der Oberflächenstruktur von Platten auf den Abstrahlgrad betrachten.

8 Literaturverzeichnis

[1] DIN EN 12354-1:2000-12: Bauakustik - Berechnung der akustischen Eigenschaften von Gebäuden aus den Bauteileigenschaften – Teil 1: Luftschalldämmung zwischen Räumen, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2000

[2] Schirmer, W.: Technischer Lärmschutz, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1996

[3] Cremer, L., Heckl, M.: Körperschall, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1996

[4] Korenev, B. G., Rabinovic, I. M.: Baudynamik, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1980

[5] Timmel, R.: Untersuchungen zum Einfluß der Randeinspannung biegeschwingender rechteckiger Platten auf den Abstrahlgrad am Beispiel von geklemmter und gestützter Platte und Untersuchungen zur Streuung des Abstrahlgrades, Acustica 73, S. 12-20, S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1991

[6] Fischer, Prof. Dr.-Ing. H.-M.: Vorlesungsunterlagen zu den Vorlesungen „Grundlagen Schallschutz“ und „Schallschutz“, Hochschule für Technik Stuttgart, Studiengang Bauphysik, Wintersemester 2002/2003

[7] Henn, H., Sinambari, G. R., Fallen, M.: Ingenieurakustik, Vieweg & Sohn -Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1999

[8] Brillouin, J.: Problèmes de rayonnement en acoustique du bâtiment, Acustica 2, S. 65-76, S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1952

[9] Gösele, K.: Abstrahlverhalten von Wänden, Acustica 6, S. 94-98, S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1956

[10] Heckl, M.: Schallabstrahlung von Platten bei punktförmiger Anregung, Acustica 9, S. 371-380, S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1959

[11] Cremer, L., Heckl, M.: Körperschall, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1967

[12] Maidanik, G.: Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields, The Journal of the Acoustical Society of America 34 (6), S. 809-826, American Institute of Physics, Washington D.C., 1965

[13] Föller, D.: Maschinengeräusche, Vorhaben Nr. 36: Das Geräuschverhalten typischer Maschinenstrukturen, 1. Teilabschlußbericht: Die Geräuschabstrahlung von Platten und kastenförmigen Maschinengehäusen, FKM-Forschungsheft 78, Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt am Main, 1979

[14] Price, A. J., Crocker, M. J.: Sound Transmission through Double Panels Using Statistical Energy Analysis, The Journal of the Acoustical Society of America 47 (3, 1), S. 683-693, American Institute of Physics, Washington D.C., 1970

[15] Leppington, F. G., Broadbent, E. G., S., F. R., Heron, K. H.: The acoustic radiation efficiency of rectangular panels, Proc. R. Soc. Lond. A 382, S. 245-271, Great Britain, 1982

[16] Beranek, L. L.: Noise and Vibration Control, Institute of Noise Control Engineering, Washington D.C., 1988

[17] Kollmann, F. G.: Maschinenakustik, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1996

[18] Timmel, R.: Der Abstrahlgrad rechteckiger, dünner, homogener Platten in der unendlich großen Schallwand, Acustica 73, S. 1-11, S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1991

[19] Lyon, R. H., Maidanik, G.: Power Flow between Linearly Coupled Oscillators, The Journal of the Acoustical Society of America 34 (5), S. 623-639, American Institute of Physics, Washington D.C., 1962

[20] Hübner, G., Messner, J., Meynerts, E.: Schallabstrahlungsberechnung mit der Direkten Finite Elemente Methode, Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz, Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft GmbH, 1986

[21] Gösele, K.: Schallabstrahlung von Platten, die zu Biegeschwingungen angeregt sind, Acustica 3, S. 243-248, S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1953

[22] Fahy, F., Walker, J.: Fundamentals of Noise and Vibration, E & FN Spon, London, 1998

[23] Brüel & Kjær: Microphone Handbook, Volume 1: Theory, Denmark, 1996

[24] Buchele, A., Laschczok, S.: Ermittlung der mechanischen Admittanz von Platten, Hochschule für Technik Stuttgart, Studiengang Bauphysik, Studienarbeit im Wahlpflichtfach Haustechnische Anlagen, Sommersemester 2006

[25] Hohmann, R., Setzer, M. J., Wehling, M.: Bauphysikalische Formeln und Tabellen, Werner-Verlag, München/Unterschleißheim, 2004

[26] DIN EN ISO 140-3:2005-03: Akustik - Messung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen – Teil 3: Messung der Luftschalldämmung von Bauteilen in Prüfstanden, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2005

[27] DIN EN ISO 354:2003-12: Akustik - Messung der Schallabsorption in Hallräumen, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2003

[28] DIN EN ISO 140-1:2005-03: Akustik - Messung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen – Teil 1: Anforderungen an Prüfstände mit unterdrückter Flanken-übertragung, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2005

[29] Weber, Dr. rer. nat. L.: Vorlesungsunterlagen zu der Vorlesung „Körperschall im Bauwesen", Universität Stuttgart

[30] Schmidt, H.: Schalltechnisches Taschenbuch, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1989

[31] Scholl, Dr.-Ing. W.: Vorlesungsunterlagen zu der Vorlesung „Körperschall", Hochschule für Technik Stuttgart, Studiengang Bauphysik, Wintersemester 2005/2006

Anhang A: Versuchsaufbau

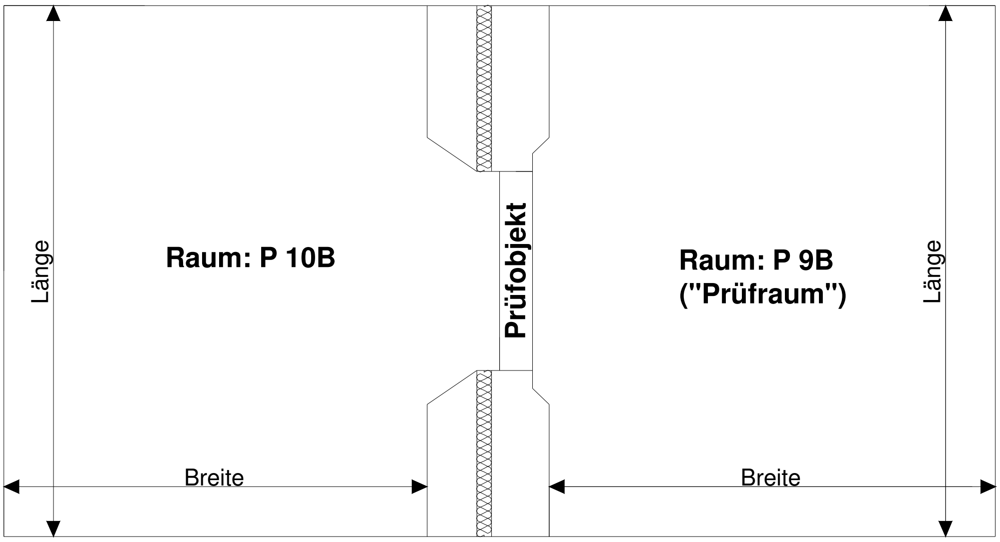


Abbildung A.1: Prinzipskizze des Türenprüfstandes (Horizontalschnitt, ohne Maßstab)

P 10B		
Abmessungen	Länge	a = 4,00 m
	Breite	b = 5,00 m
	Höhe	h = 3,08 m
Raumvolumen	61,6 m³	
P 9B		
Abmessungen	Länge	a = 3,74 m
	Breite	b = 4,73 m
	Höhe	h = 3,08 m
Prüföffnung		
Abmessungen	Breite	b = 1,00 m
	Höhe	h = 2,00 m
Raumvolumen	54,5 m³	
Maximal-Schalldämmung (bezogen auf die Prüföffnung)	$R'_{\max,w} = 61 dB$	

Tabelle A.1: Technische Daten des Türenprüfstandes mit unterdrückter Flankenübertragung

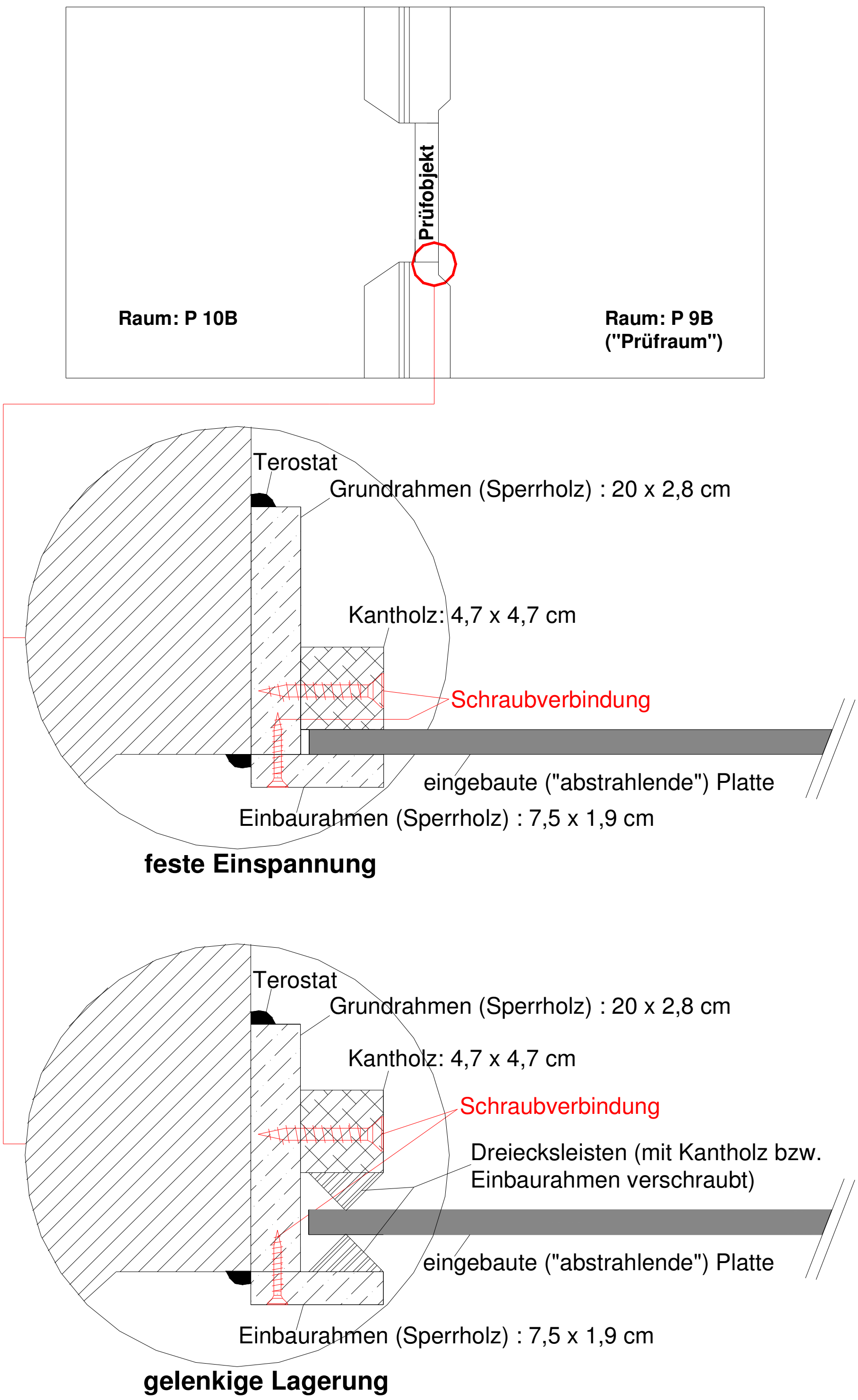


Abbildung A.2: Prinzipskizze der festen Einspannung bzw. der gelenkigen Lagerung (Horizontalschnitt, ohne Maßstab)

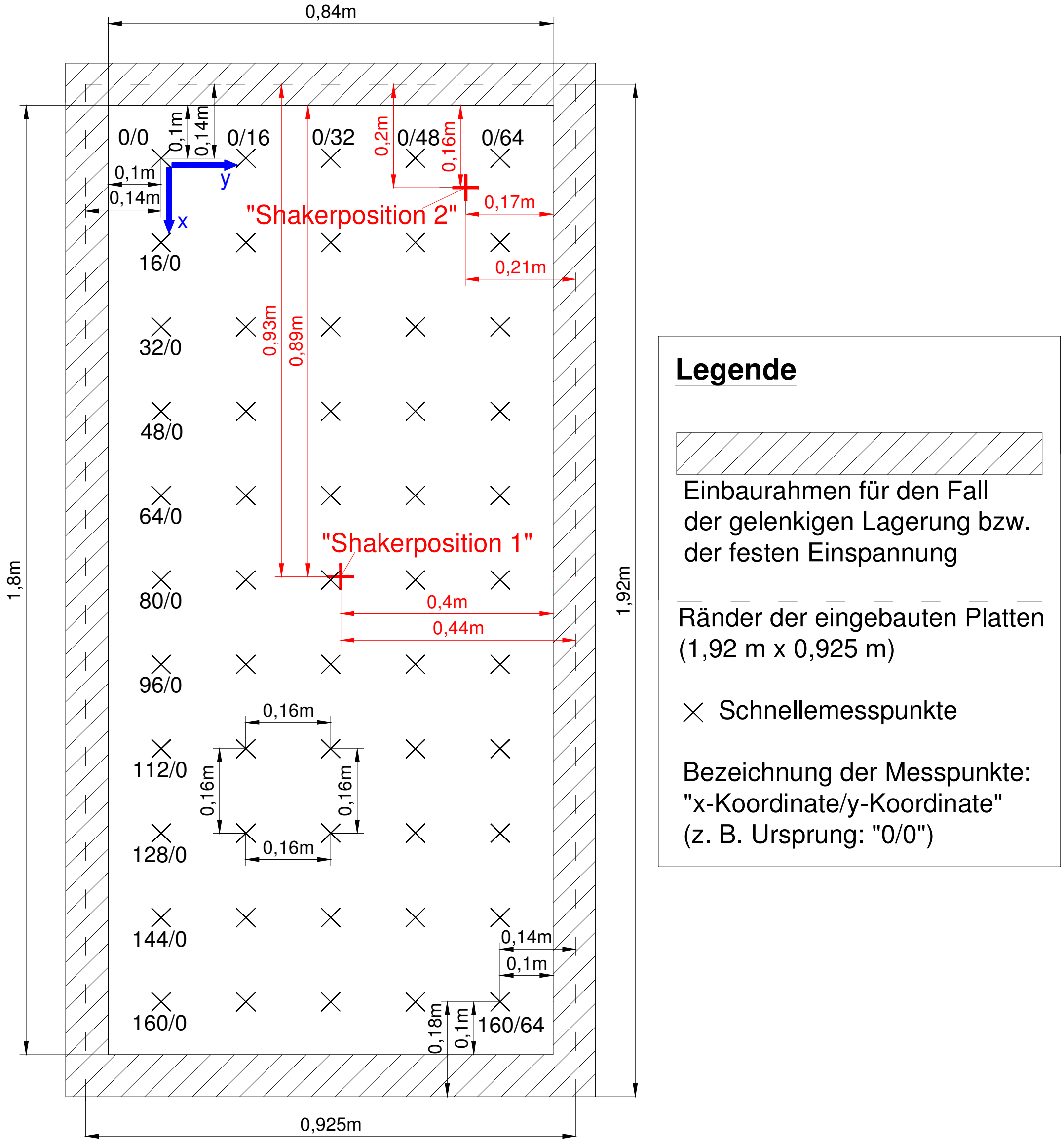


Abbildung A.3: Messraster (Frontalansicht, vom „Prüfraum“ aus betrachtet)

	„abstrahlende“ Fläche
gelenkige Lagerung	1,51 m²
feste Einspannung	1,51 m²
freie Lagerung	1,78 m²

Tabelle A.2: „Abstrahlende“ Fläche der Platten im eingebauten Zustand, in Abhängigkeit der jeweiligen Randbedingung

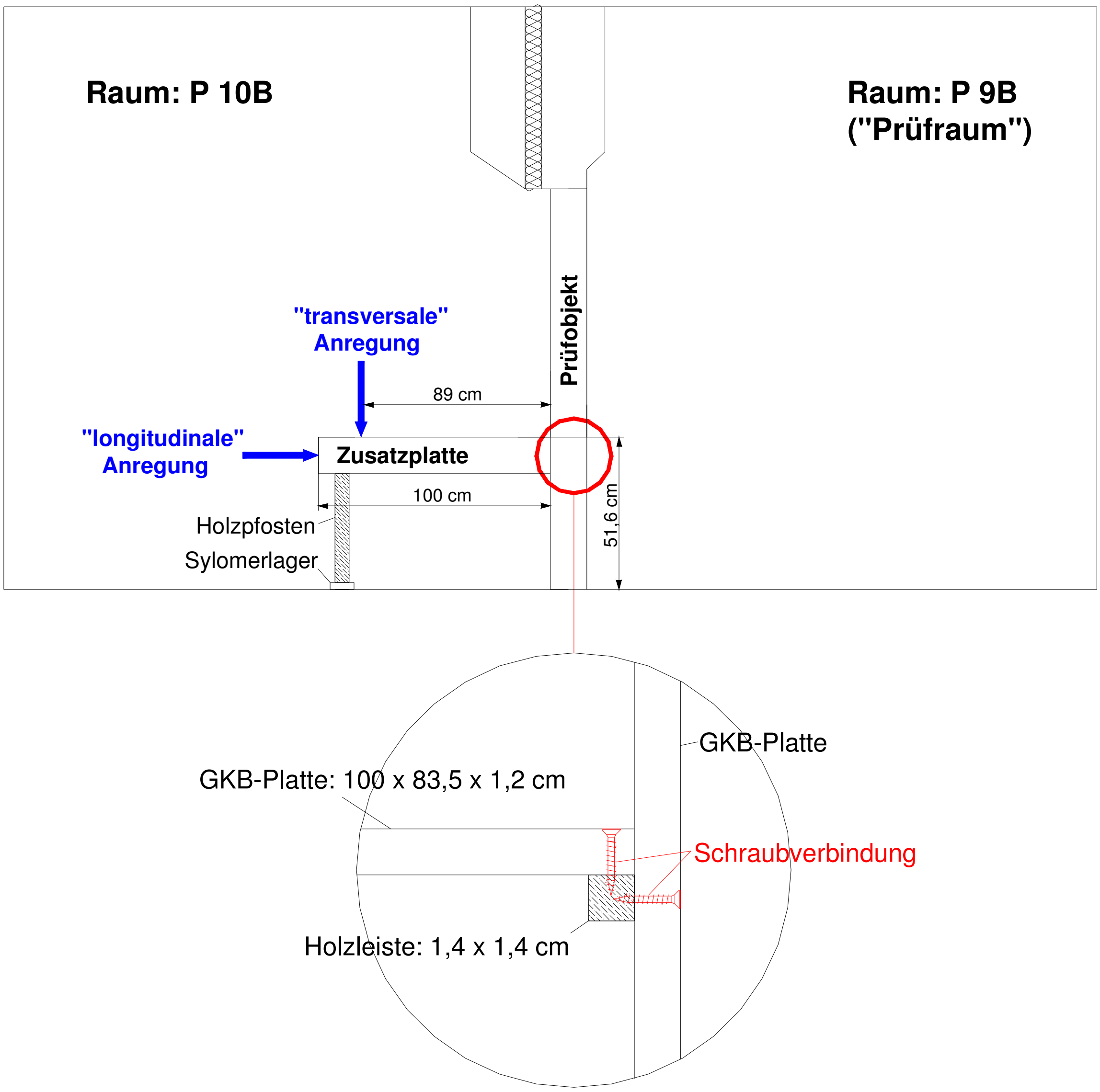


Abbildung A.4: Prinzipskizze der konstruktiven Realisierung der Linienquelle (Vertikalschnitt, ohne Maßstab)

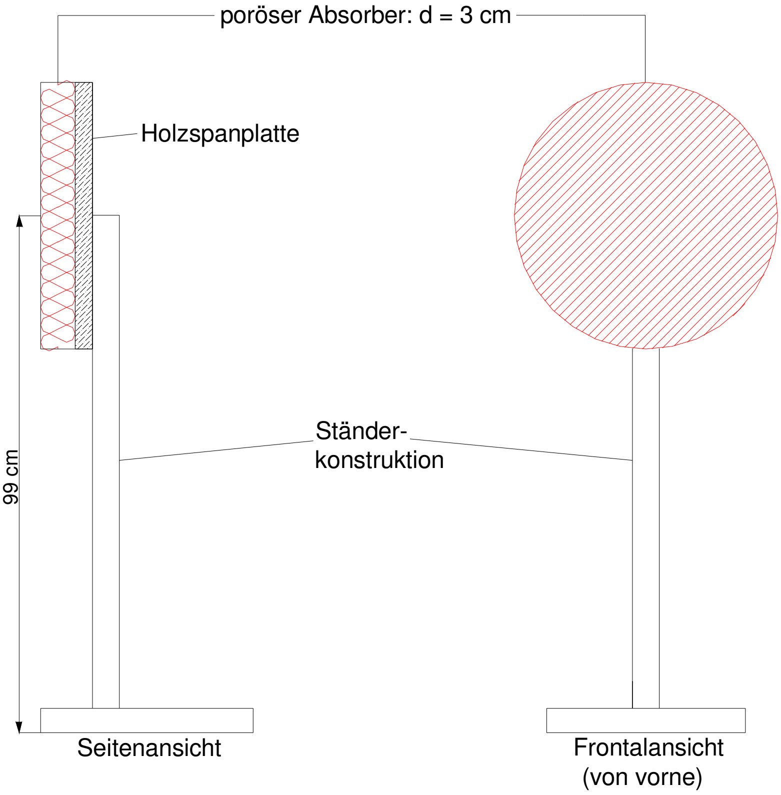


Abbildung A.5: Prinzipskizze der kreisrunden Abdeckung, die zur Untersuchung des Einflusses des Anregebereiches auf den Abstrahlgrad eingesetzt wurde (ohne Maßstab)

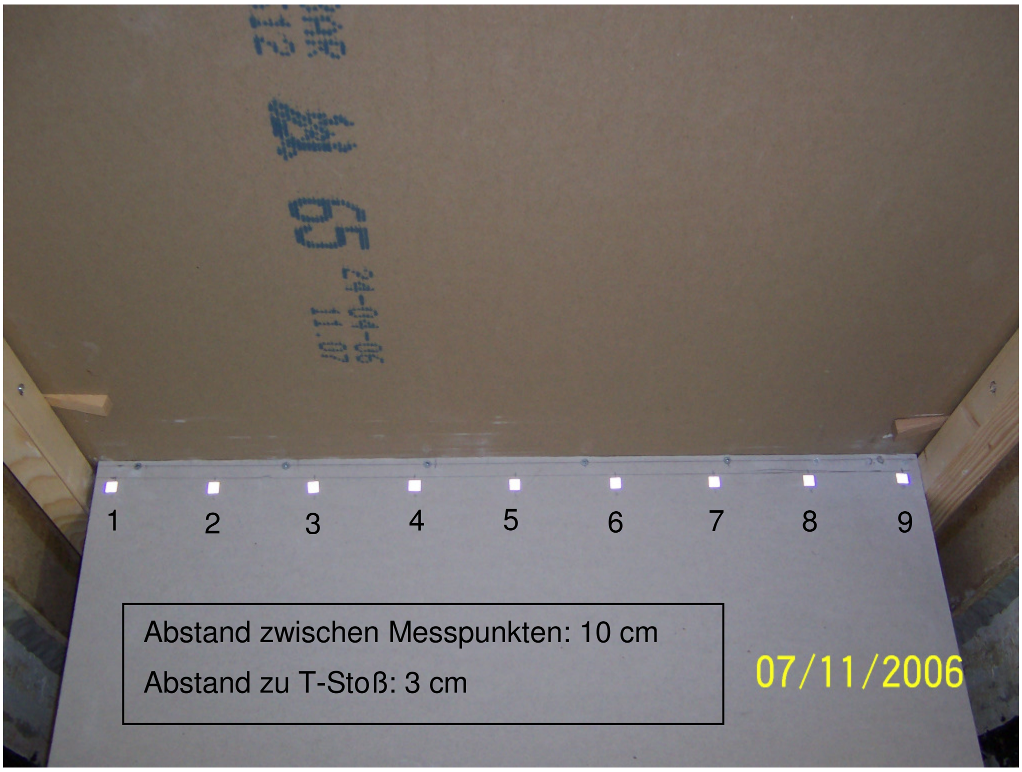


Abbildung A.6: Messpunkte der Schnelleverteilungsmessung im Bereich des T-Stoßes

Anhang B: Platteneigenschaften

Gipskartonbauplatte		
Abmessungen	Länge	a = 1,92 m
	Breite	b = 0,925 m
	Dicke	h = 0,012 m
Masse	m ≈ 18 kg	
Dichte	$\rho \approx 850$ kg/m³	
statischer Elastizitätsmodul	E ≈ 2,7e+9 N/m² [1)]	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0,3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 2900$ Hz	
Holzspanplatte		
Abmessungen	Länge	a = 1,92 m
	Breite	b = 0,925 m
	Dicke	h = 0,019 m
Masse	m ≈ 19,8 kg	
Dichte	$\rho \approx 590$ kg/m³	
statischer Elastizitätsmodul	E ≈ 1,2e+9 N/m² [1)]	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0,3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 2300$ Hz	
Aluminiumplatte		
Abmessungen	Länge	a = 1,92 m
	Breite	b = 0,925 m
	Dicke	h = 0,005 m
Masse	m ≈ 22,8 kg	
Dichte	$\rho \approx 2570$ kg/m³	
statischer Elastizitätsmodul	E ≈ 6,0e+10 N/m² [1)]	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0,3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 2590$ Hz	

Tabelle B.1: Eigenschaften der Platten, die für die messtechnischen Untersuchungen eingesetzt wurden

[1)] Der statische Elastizitätsmodul wurde jeweils anhand einer Schalldämmungsmessung und der daraus abgelesenen Koinzidenzgrenzfrequenz in Verbindung mit der Gleichung (2.15) bestimmt.

Anhang C: Messgeräteverzeichnis

Gerät	Hersteller	Typ	Seriennummer
Schwingerreger (Shaker)	LING DYNAMIC SYSTEMS LTD	V 406	821
Leistungsverstärker	Klein+Hummel GmbH	SA 240	001235
Schwingerreger (Shaker)	Brüel&Kjær	4810	1935501
Leistungsverstärker	Brüel&Kjær	2706	1260115
Dodekaeder-Lautsprechersystem	MLS	n.v.	93047
Leistungsverstärker	Norsonic	235	22595
Laservibrometer (Einpunktmesskopf)	Polytec	OFV 303	1972147
Laservibrometer (Controller)	Polytec	OFV 3001	1972146
Beschleunigungsaufnehmer	Brüel&Kjær	4371	1632490
Ladungsverstärker	Brüel&Kjær	2635	486317
Mikrofonkapsel	Brüel&Kjær	4165	1538007
Mikrofon-Vorverstärker	Brüel&Kjær	2639	1710197
Signalanalysator	Norsonic	840/010	16007
Akustischer Kalibrator	Brüel&Kjær	4231	2242299
Schwingerreger für Kalibrierzwecke	Brüel&Kjær	4294	1227388

Tabelle C.1: Messgeräteverzeichnis (n.v.: nicht vorhanden)

Anhang D: Messanordnungen und Messgeräteeinstellungen

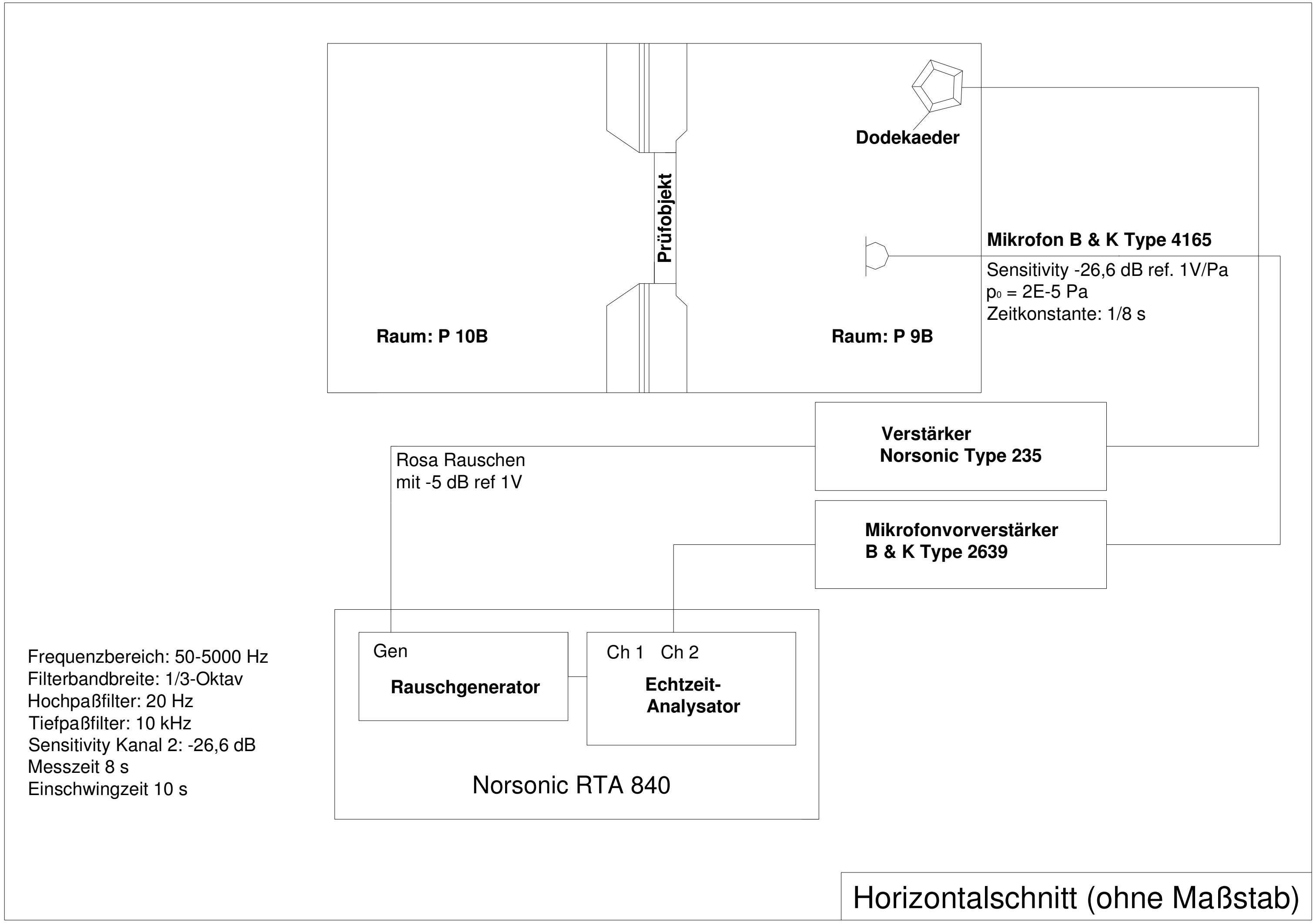


Abbildung D.1: Messanordnung und Geräteeinstellungen für die Nachhallzeitmessung

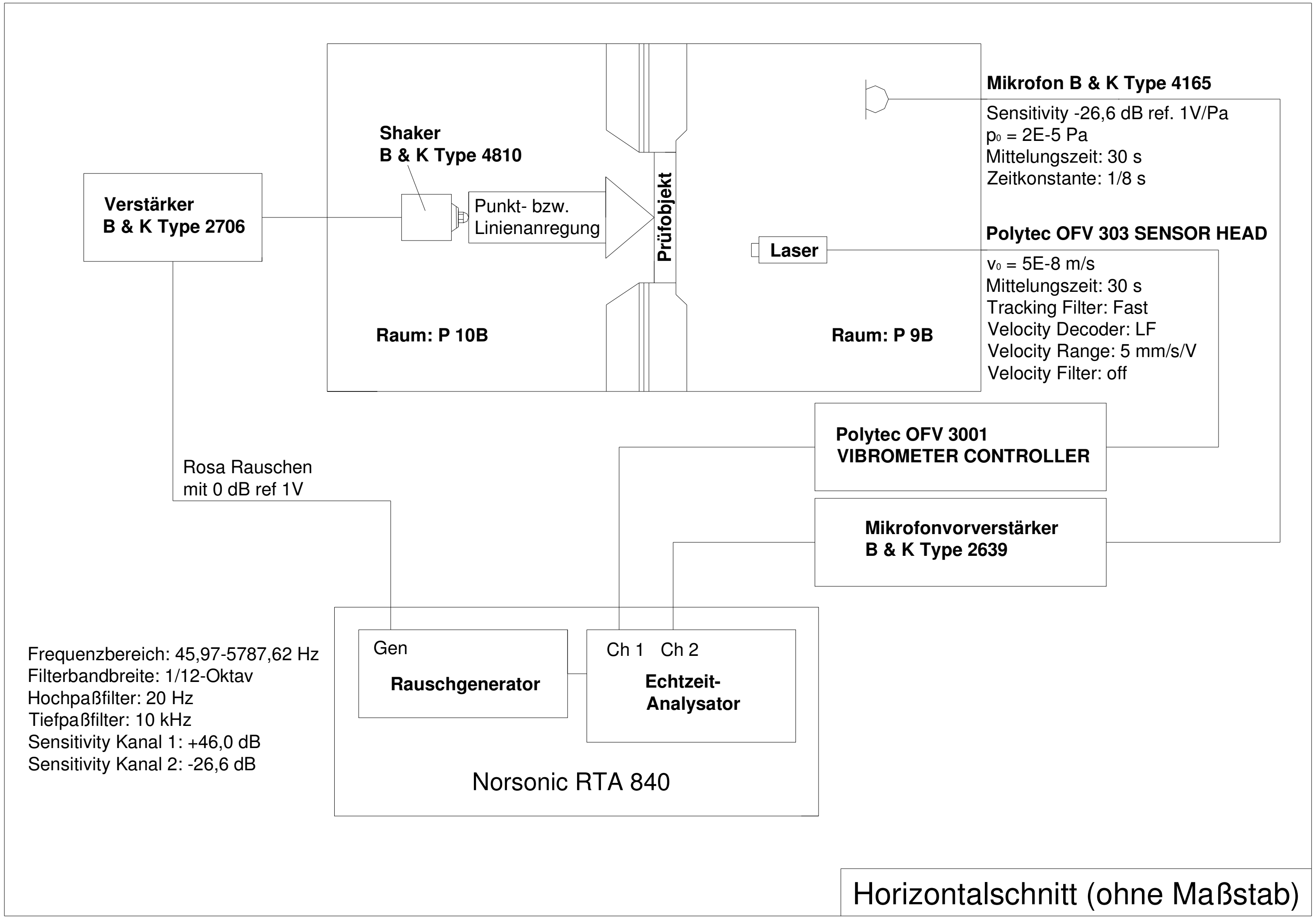


Abbildung D.2: Messanordnung und Geräteeinstellungen für die punkt- bzw. linienförmige Anregung

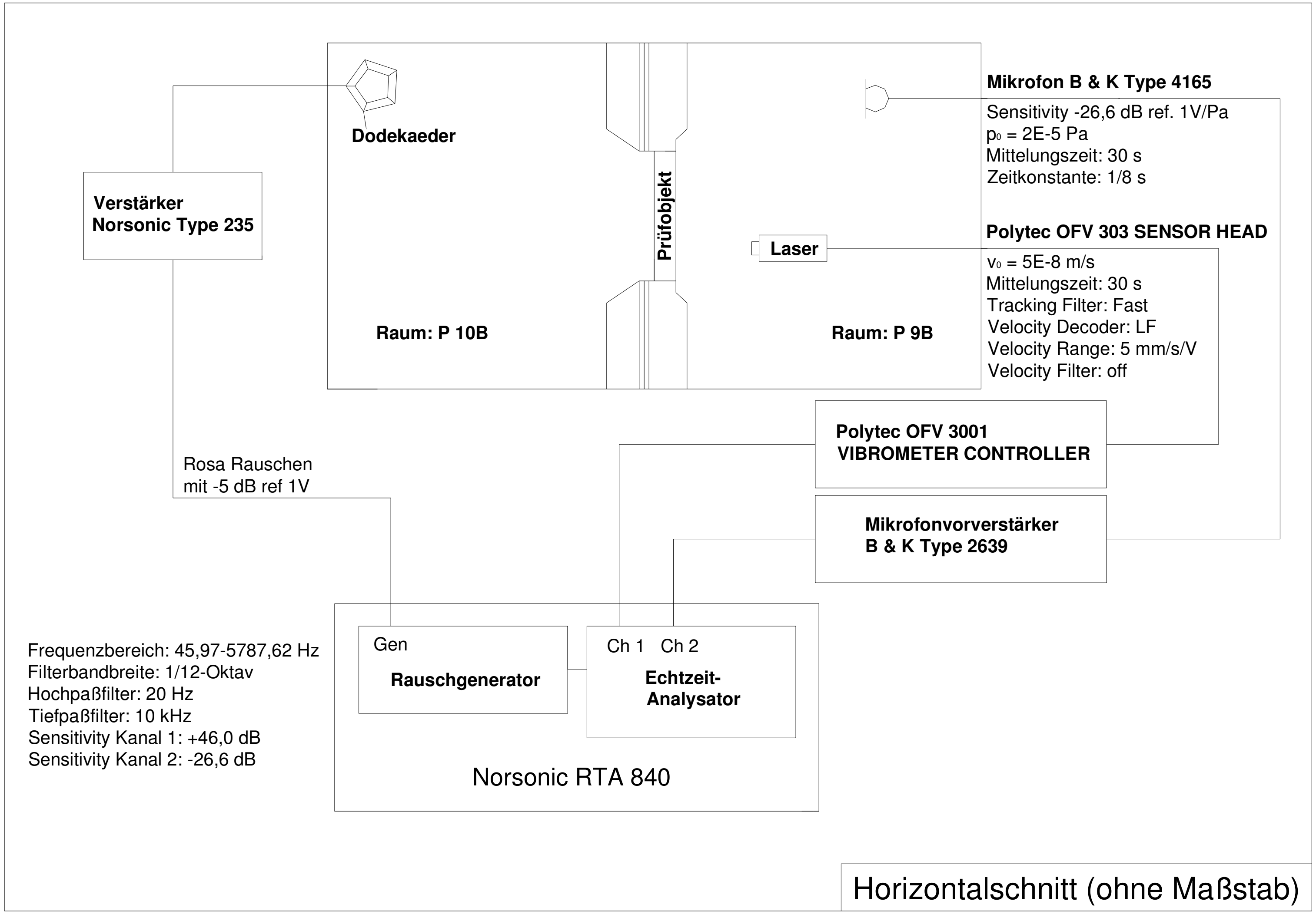


Abbildung D.3: Messanordnung und Geräteeinstellungen für die Luftschallanregung

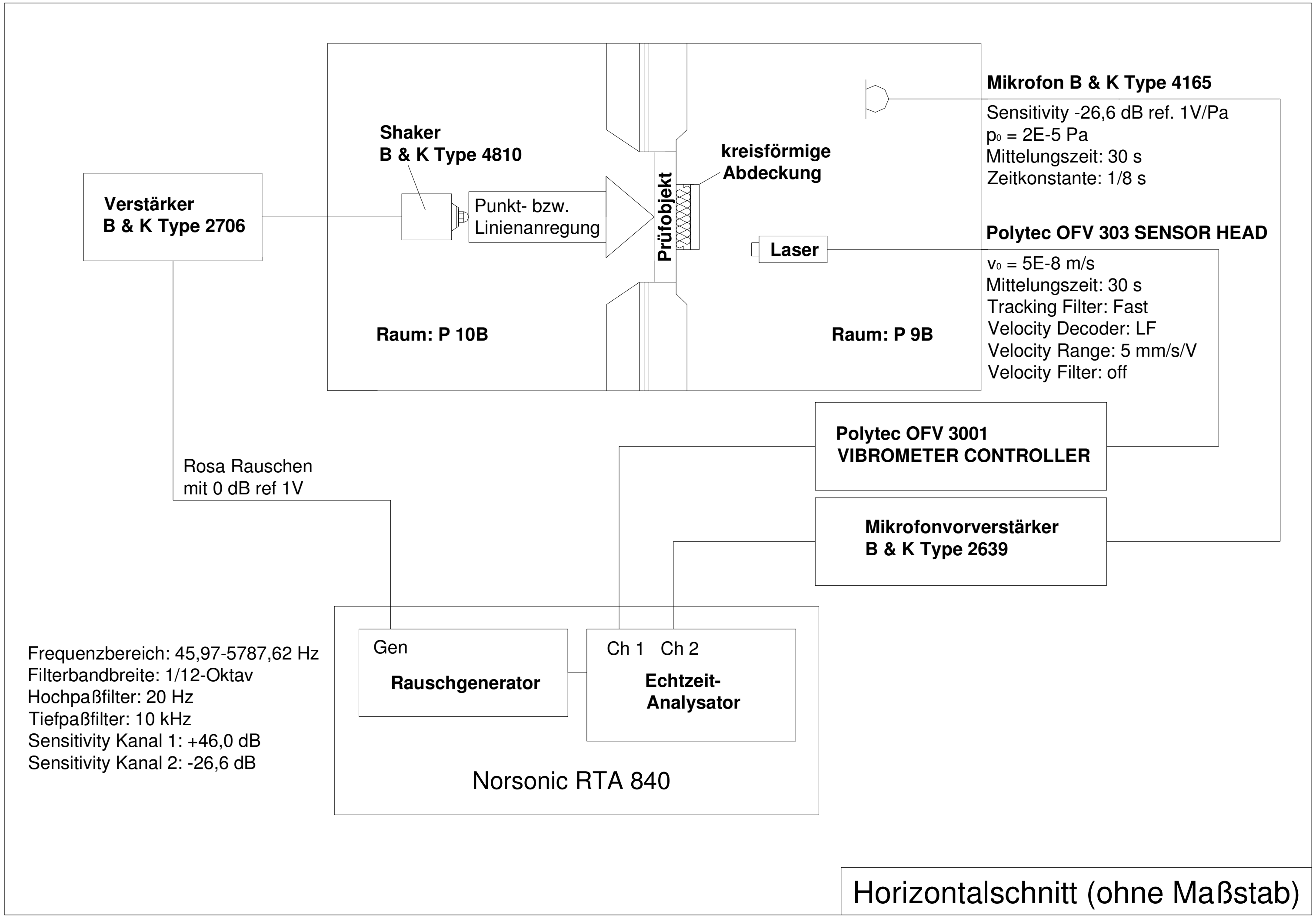


Abbildung D.4: Messanordnung und Geräteeinstellungen für die Untersuchung des Anregebereiches

Anhang E: Messdaten für den Abstrahlgrad aus eigenen Messungen

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-24,5
63	-24,9
80	-21,7
100	-20,2
125	-18,1
160	-18,6
200	-16,5
250	-15,9
315	-12,9
400	-12,9
500	-13,0
630	-14,4
800	-9,3
1000	-8,7
1250	-9,9
1600	-4,7
2000	-6,3
2500	2,2
3150	2,6
4000	0,9
5000	0,5

Tabelle E.1: Abstrahlmaß der gelenkig gelagerten Aluminiumplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.2)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-23,4
63	-20,3
80	-20,1
100	-21,0
125	-18,2
160	-20,3
200	-18,0
250	-17,7
315	-13,9
400	-15,8
500	-15,3
630	-12,3
800	-12,5
1000	-10,5
1250	-9,4
1600	-6,0
2000	-3,8
2500	1,1
3150	2,7
4000	1,1
5000	0,4

Tabelle E.2: Abstrahlmaß der gelenkig gelagerten Gipskartonbauplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.2)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-20,3
63	-22,4
80	-25,6
100	-22,6
125	-20,5
160	-17,9
200	-15,2
250	-16,4
315	-14,6
400	-14,1
500	-13,5
630	-11,3
800	-11,3
1000	-9,3
1250	-7,5
1600	-2,3
2000	3,1
2500	2,7
3150	3,4
4000	3,1
5000	0,0

Tabelle E.3: Abstrahlmaß der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 1 (siehe Abbildung 6.3)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-27,9
63	-21,6
80	-18,9
100	-19,0
125	-16,4
160	-21,4
200	-16,4
250	-14,9
315	-13,1
400	-13,2
500	-13,7
630	-8,8
800	-10,8
1000	-8,7
1250	-5,6
1600	0,2
2000	2,7
2500	4,2
3150	3,6
4000	2,5
5000	0,8

Tabelle E.4: Abstrahlmaß der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.4)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-27,1
63	-24,4
80	-18,7
100	-17,6
125	-18,5
160	-20,3
200	-16,6
250	-16,0
315	-15,8
400	-15,2
500	-13,2
630	-12,7
800	-11,1
1000	-10,5
1250	-7,8
1600	-7,8
2000	-3,9
2500	2,8
3150	2,7
4000	1,3
5000	0,2

Tabelle E.5: Abstrahlmaß der fest eingespannten Aluminiumplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.4)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-24,9
63	-23,6
80	-22,1
100	-19,6
125	-19,4
160	-19,6
200	-17,2
250	-16,6
315	-13,3
400	-14,2
500	-13,2
630	-12,5
800	-13,4
1000	-12,4
1250	-10,0
1600	-9,1
2000	-5,3
2500	-0,4
3150	3,8
4000	2,0
5000	0,5

Tabelle E.6: Abstrahlmaß der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.4)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-24,7
63	-23,0
80	-19,9
100	-14,2
125	-16,3
160	-18,5
200	-15,8
250	-11,5
315	-13,7
400	-17,1
500	-12,7
630	-10,6
800	-12,9
1000	-12,7
1250	-10,8
1600	-8,6
2000	-6,7
2500	-0,8
3150	3,4
4000	1,3
5000	0,5

Tabelle E.7: Abstrahlmaß der fest eingespannten Gipskartonbauplatte (+Zusatzplatte) bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.4)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-23,2
63	-17,9
80	-19,6
100	-18,9
125	-12,0
160	-21,3
200	-10,3
250	-17,6
315	-19,0
400	-12,4
500	-17,1
630	-19,7
800	-16,8
1000	-17,8
1250	-16,8
1600	
2000	
2500	
3150	
4000	
5000	

Tabelle E.8: Abstrahlmaß der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (nach der „Sonderdefinition“ des Abstrahlgrades von Heckl ermittelt) (siehe Abbildung 6.5)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-20,3
63	-20,4
80	-18,8
100	-16,8
125	-11,6
160	-21,3
200	-11,9
250	-16,2
315	-19,1
400	-14,3
500	-18,7
630	-18,8
800	-19,2
1000	-19,5
1250	-16,8
1600	
2000	
2500	
3150	
4000	
5000	

Tabelle E.9: Abstrahlmaß der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 1 (nach der „Sonderdefinition“ des Abstrahlgrades von Heckl ermittelt) (siehe Abbildung 6.5)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-15,7
63	-24,3
80	-22,1
100	-19,6
125	-15,2
160	-23,0
200	-20,0
250	-17,9
315	-17,1
400	-23,1
500	-16,2
630	-15,5
800	-16,4
1000	-21,2
1250	-20,5
1600	-10,7
2000	
2500	
3150	
4000	
5000	

Tabelle E.10: Abstrahlmaß der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (nach der „Sonderdefinition" des Abstrahlgrades von Heckl ermittelt) (siehe Abbildung 6.5)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-15,3
63	-17,9
80	-14,5
100	-15,0
125	-13,2
160	-15,6
200	-15,5
250	-14,7
315	-16,4
400	-16,4
500	-12,4
630	-11,4
800	-13,3
1000	-11,3
1250	-10,8
1600	-8,9
2000	-6,5
2500	-3,4
3150	0,9
4000	0,2
5000	0,0

Tabelle E.11: Abstrahlmaß der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei linienförmiger Anregung der Zusatzplatte in transversaler Richtung (siehe Abbildung 6.6)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-19,5
63	-18,3
80	-14,8
100	-13,6
125	-14,4
160	-15,5
200	-14,4
250	-13,8
315	-14,3
400	-16,4
500	-13,0
630	-13,8
800	-13,8
1000	-11,8
1250	-12,0
1600	-8,5
2000	-4,7
2500	-2,1
3150	1,4
4000	0,4
5000	0,1

Tabelle E.12: Abstrahlmaß der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei linienförmiger Anregung der Zusatzplatte in longitudinaler Richtung (siehe Abbildung 6.6)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-18,4
63	-14,3
80	-16,3
100	-12,8
125	-14,2
160	-9,3
200	-5,7
250	-8,0
315	-6,0
400	-5,6
500	-4,1
630	-3,4
800	-2,4
1000	-2,4
1250	-1,7
1600	-0,9
2000	-0,9
2500	1,0
3150	3,8
4000	2,6
5000	0,6

Tabelle E.13: Abstrahlmaß der fest eingespannten Gipskartonbauplatte bei Luftschallanregung (siehe Abbildung 6.7)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-21,9
63	-20,9
80	-26,2
100	-23,9
125	-18,6
160	-18,0
200	-13,8
250	-16,3
315	-14,3
400	-15,6
500	-14,9
630	-12,4
800	-10,2
1000	-11,0
1250	-7,9
1600	-4,4
2000	1,0
2500	0,4
3150	1,2
4000	0,9
5000	-1,2

Tabelle E.14: Abstrahlmaß der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 1, inklusive der kreisförmigen Abdeckung im Bereich der Anregestelle mit einem Radius von 17 cm (siehe Abbildung 6.8)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-22,3
63	-20,8
80	-27,1
100	-24,0
125	-19,3
160	-15,7
200	-12,6
250	-17,8
315	-15,1
400	-14,6
500	-15,1
630	-13,6
800	-11,9
1000	-8,6
1250	-7,9
1600	-6,2
2000	-0,2
2500	-0,1
3150	0,4
4000	-0,2
5000	-2,1

Tabelle E.15: Abstrahlmaß der fest eingespannten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 1, inklusive der kreisförmigen Abdeckung im Bereich der Anregestelle mit einem Radius von 25 cm (siehe Abbildung 6.8)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-32,0
63	-30,6
80	-23,8
100	-27,0
125	-25,4
160	-30,9
200	-26,5
250	-25,1
315	-25,4
400	-24,5
500	-21,2
630	-22,7
800	-19,2
1000	-17,0
1250	-12,9
1600	-8,5
2000	-0,2
2500	3,2
3150	3,3
4000	1,0
5000	0,0

Tabelle E.16: Abstrahlmaß der frei gelagerten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.9)

Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
50	-28,4
63	-29,7
80	-33,2
100	-33,3
125	-29,7
160	-31,4
200	-27,6
250	-25,4
315	-23,7
400	-27,2
500	-24,0
630	-21,8
800	-22,3
1000	-18,7
1250	-16,7
1600	-14,6
2000	-11,2
2500	-3,1
3150	4,1
4000	2,7
5000	0,2

Tabelle E.17: Abstrahlmaß der frei gelagerten Gipskartonbauplatte bei punktförmiger Anregung an Shakerposition 2 (siehe Abbildung 6.9)

Anhang F: Messdaten für den Abstrahlgrad aus der Literatur

Quelle	Literaturstelle [13]	
Platteneigenschaften		
Material	Stahl	
Abmessungen	Länge	a = 0,495 m
	Breite	b = 0,35 m
	Dicke	h = 0,006 m
Dichte [30]	$\rho \approx 7800$ kg/m³	
dyn. Elastizitätsmodul [30]	E ≈ 2e+11 N/m²	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0{,}3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 2040$ Hz	
Messergebnis	Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
	50	-19,5
	63	-18,0
	80	-12,0
	100	-11,5
	125	-12,0
	160	-14,0
	200	-12,5
	250	-10,5
	315	-9,5
	400	-9,0
	500	-9,0
	630	-8,0
	800	-5,0
	1000	-5,5
	1250	-3,5
	1600	-1,0
	2000	0,5
	2500	1,0
	3150	1,0
	4000	1,0
	5000	0,0

Tabelle F.1: Messergebnis aus der Literatur für den Abstrahlgrad einer punktförmig angeregten, gelenkig gelagerten, schwach gedämpften Platte

Quelle	Literaturstelle [11]	
Platteneigenschaften		
Material	Gipskartonbauplatte	
Abmessungen	Länge	a = 2 m
	Breite	b = 0,4 m
	Dicke	h = 0,013 m
Dichte [30]	$\rho \approx 1100$ kg/m³	
dyn. Elastizitätsmodul [30]	E ≈ 4,5e+9 N/m²	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0{,}3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 2350$ Hz	
Messergebnis	Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
	50	
	63	
	80	
	100	-14,0
	125	-14,0
	160	-13,5
	200	-12,5
	250	-16,0
	315	-12,0
	400	-13,5
	500	-12,5
	630	-11,5
	800	-9,5
	1000	-9,0
	1250	-7,0
	1600	-8,5
	2000	-3,0
	2500	2,5
	3150	
	4000	
	5000	

Tabelle F.2: Messergebnis aus der Literatur für den Abstrahlgrad einer punktförmig angeregten, gelenkig gelagerten, schwach gedämpften Platte

Quelle	Literaturstelle [10]	
Platteneigenschaften		
Material	Hartfaserplatte	
Abmessungen	Länge	a = 2,07 m
	Breite	b = 1,35 m
	Dicke	h = 0,004 m
Dichte [30]	ρ ≈ 1000 kg/m³	
dyn. Elastizitätsmodul [30]	E ≈ 3,7e+9 N/m²	
Querkontraktionszahl [31]	μ ≈ 0,3	
Koinzidenzgrenzfrequenz	f_g ≈ 8040 Hz	
Messergebnis	Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
	50	
	63	
	80	
	100	
	125	
	160	
	200	-39,0
	250	-37,0
	315	-36,5
	400	-37,0
	500	-37,0
	630	-36,5
	800	-38,5
	1000	-38,0
	1250	-38,0
	1600	-41,0
	2000	-40,0
	2500	-39,0
	3150	-39,5
	4000	
	5000	

Tabelle F.3: Messergebnis aus der Literatur für den Abstrahlgrad einer punktförmig angeregten, stark gedämpften Platte

Quelle	Literaturstelle [10]	
Platteneigenschaften		
Material	Gipsplatte	
Abmessungen	Länge	a = 3 m
	Breite	b = 1,7 m
	Dicke	h = 0,011 m
Dichte [30]	$\rho \approx 1100$ kg/m³	
dyn. Elastizitätsmodul [30]	E ≈ 4,5e+9 N/m²	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0,3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 2780$ Hz	
Messergebnis	Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
	50	
	63	
	80	
	100	-35,0
	125	-32,5
	160	-33,0
	200	-29,0
	250	-30,0
	315	-29,5
	400	-29,5
	500	-29,0
	630	-26,0
	800	-29,5
	1000	-27,5
	1250	-27,5
	1600	-27,0
	2000	-26,0
	2500	-22,0
	3150	-11,0
	4000	
	5000	

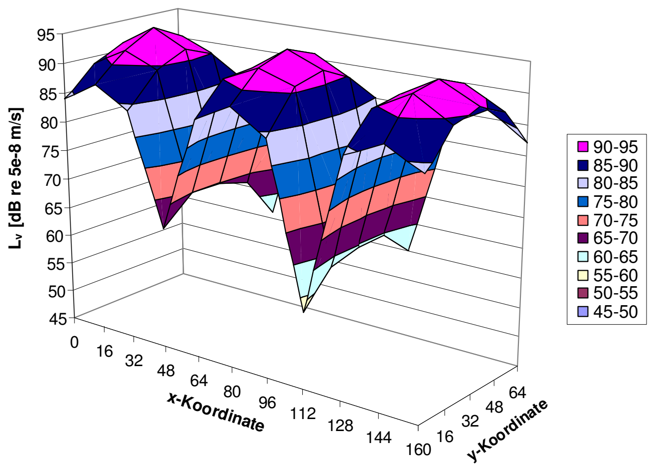
Tabelle F.4: Messergebnis aus der Literatur für den Abstrahlgrad einer punktförmig angeregten, stark gedämpften Platte

Quelle	Literaturstelle [10]	
Platteneigenschaften		
Material	Hartfaserplatte	
Abmessungen	Länge	a = 2,07 m
	Breite	b = 1,35 m
	Dicke	h = 0,004 m
Dichte [30]	$\rho \approx 1000$ kg/m³	
dyn. Elastizitätsmodul [30]	E ≈ 3,7e+9 N/m²	
Querkontraktionszahl [31]	$\mu \approx 0{,}3$	
Koinzidenzgrenzfrequenz	$f_g \approx 8040$ Hz	
Messergebnis	Frequenz f_m [Hz]	10*logσ [dB]
	50	
	63	
	80	
	100	
	125	
	160	
	200	-22,0
	250	-25,0
	315	-22,5
	400	-22,5
	500	-20,5
	630	-17,0
	800	-17,0
	1000	-17,5
	1250	-17,5
	1600	-18,0
	2000	-18,5
	2500	-21,0
	3150	-20,0
	4000	
	5000	

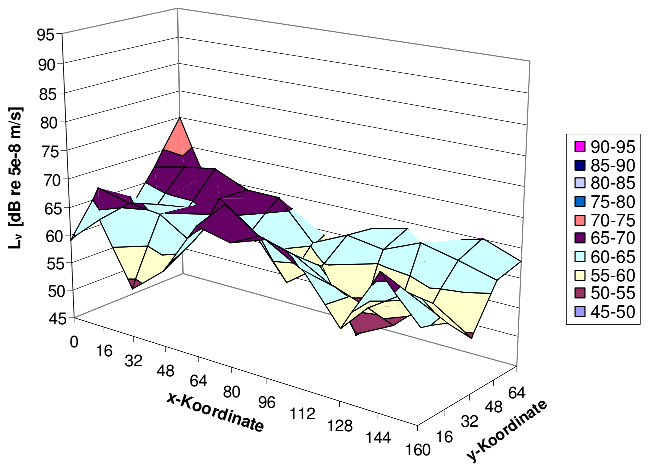
Tabelle F.5: Messergebnis aus der Literatur für den Abstrahlgrad einer linienförmig angeregten, stark gedämpften Platte

Anhang G: Schwingungsformen

45,97 Hz



1090,18 Hz



5158,22 Hz

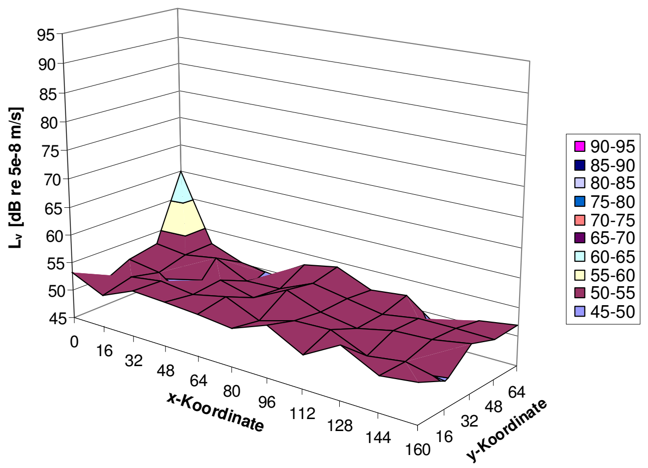
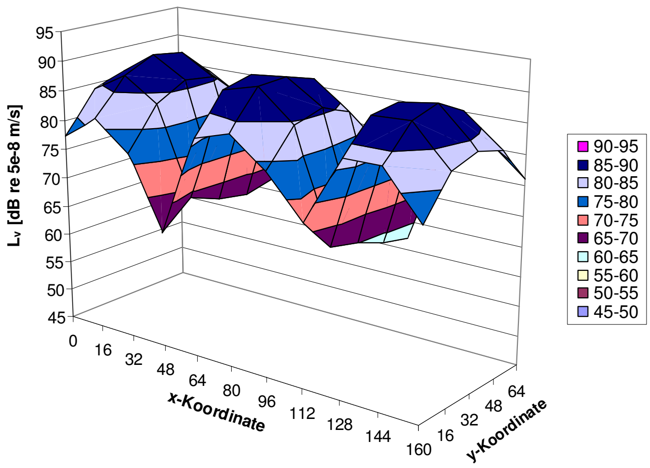
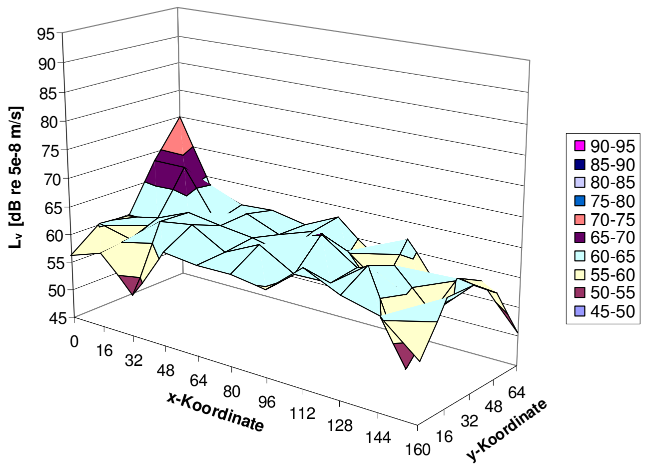


Abbildung G.1: Schwingungsformen, die sich auf der gelenkig gelagerten Aluminiumplatte bei punktförmiger Anregung einstellen, exemplarisch für jeweils eine Frequenz im tieffrequenten (45,97 Hz), mittelfrequenten (1090,18 Hz) und hochfrequenten (5158,22 Hz) Bereich dargestellt

48,7 Hz



1090,18 Hz



5158,22 Hz

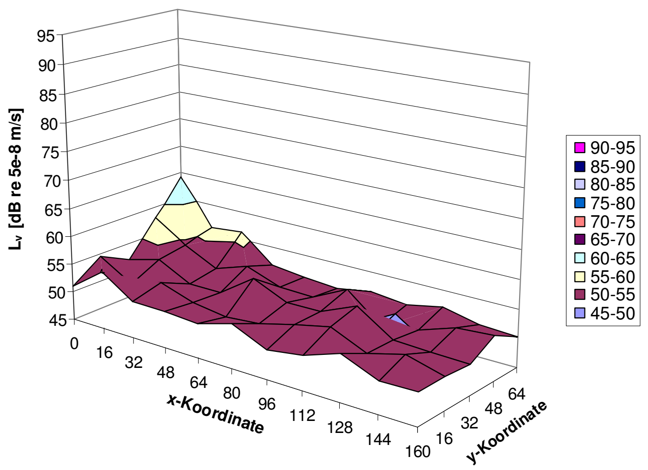
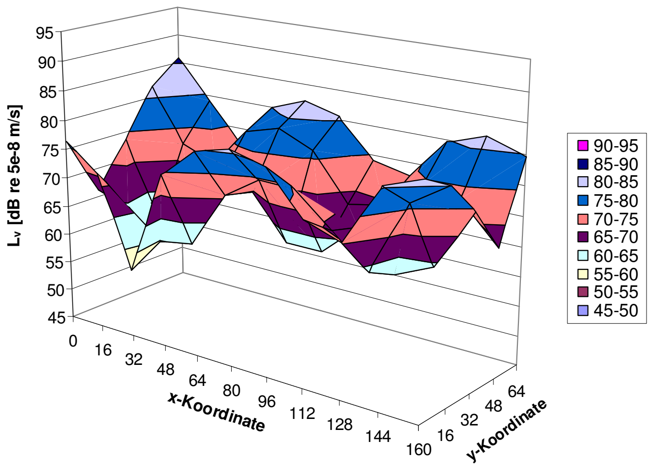
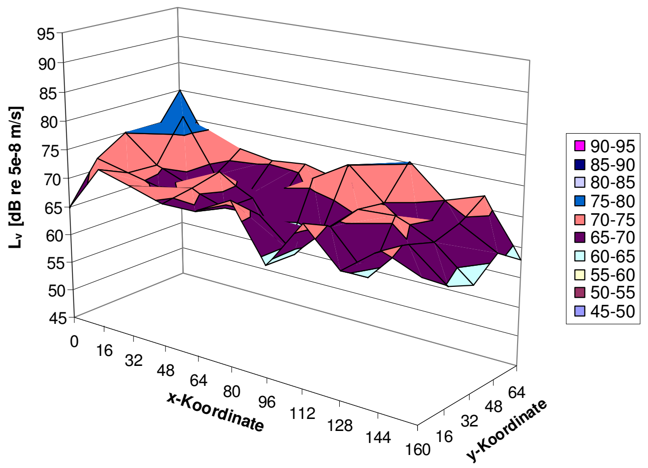


Abbildung G.2: Schwingungsformen, die sich auf der fest eingespannten Aluminiumplatte bei punktförmiger Anregung einstellen, exemplarisch für jeweils eine Frequenz im tieffrequenten (48,7 Hz), mittelfrequenten (1090,18 Hz) und hochfrequenten (5158,22 Hz) Bereich dargestellt

45,97 Hz



1090,18 Hz



5158,22 Hz

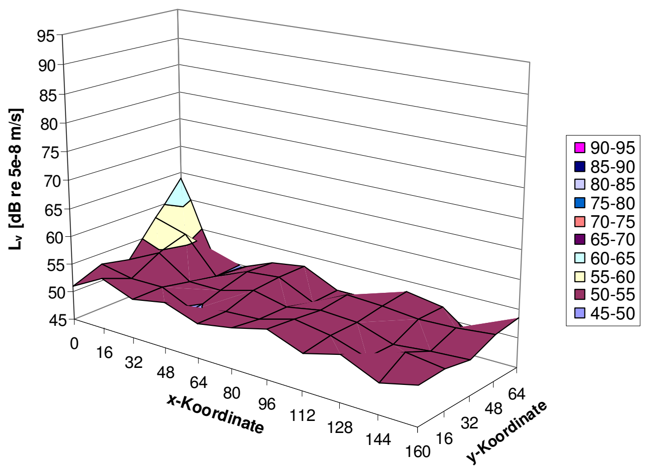
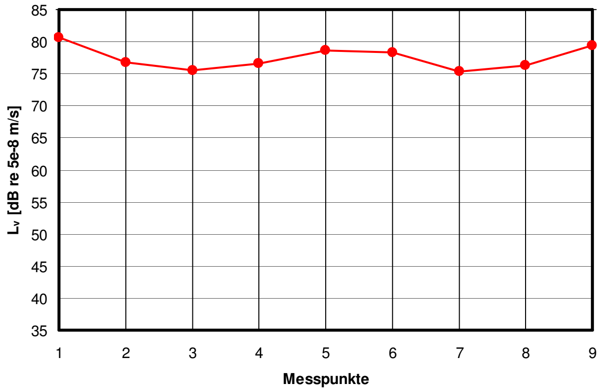


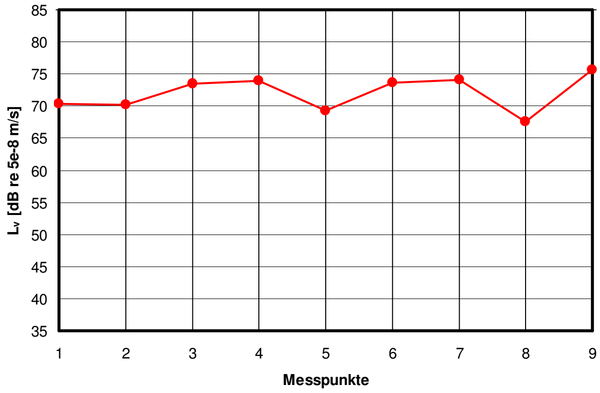
Abbildung G.3: Schwingungsformen, die sich auf der frei gelagerten Holzspanplatte bei punktförmiger Anregung einstellen, exemplarisch für jeweils eine Frequenz im tieffrequenten (45,97 Hz), mittelfrequenten (1090,18 Hz) und hochfrequenten (5158,22 Hz) Bereich dargestellt

Anhang H: Schnelleverteilung im Bereich des T-Stoßes

61,31 Hz



1090,18 Hz



4340,1 Hz

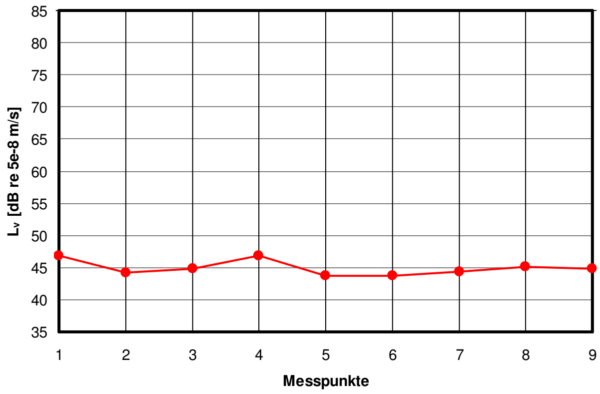


Abbildung H.1: Schnelleverteilung im Bereich des T-Stoßes bei transversaler Anregung der zur Realisierung der Linienquelle angebrachten Zusatzplatte („Messpunkte“ siehe Anhang A Abbildung A.6), exemplarisch für jeweils eine Frequenz im tieffrequenten (61,31 Hz), mittelfrequenten (1090,18 Hz) und hochfrequenten (4340,1 Hz) Bereich dargestellt

Anhang I: Vergleichsmessung mit Beschleunigungsaufnehmer

Frequenz f_m [Hz]	L_v [dB re 5e-8 m/s]		Frequenz f_m [Hz]	L_v [dB re 5e-8 m/s]	
	Laser-vibrometer	Beschleunigungs-aufnehmer		Laser-vibrometer	Beschleunigungs-aufnehmer
45,97	68,7	68,7	515,82	59,5	59,4
48,70	65,5	65,5	546,39	57,3	57,2
51,58	62,0	62,0	578,76	63,4	63,3
54,64	60,9	60,9	613,06	64,3	64,2
57,88	59,4	59,4	649,38	63,3	63,2
61,31	52,6	52,6	687,86	57,2	57,1
64,94	55,5	55,5	728,62	58,7	58,6
68,79	54,3	54,3	771,79	54,8	54,6
72,86	63,0	63,0	817,52	57,9	57,8
77,18	71,9	71,9	865,96	61,0	60,9
81,75	80,4	80,4	917,28	52,2	52,1
86,60	74,5	74,5	971,63	53,1	53,0
91,73	68,4	68,4	1029,20	62,2	62,1
97,16	65,3	65,3	1090,18	64,9	64,7
102,92	64,2	64,2	1154,78	62,5	62,4
109,02	65,3	65,3	1223,21	55,1	54,9
115,48	66,6	66,6	1295,69	56,4	56,2
122,32	61,6	61,6	1372,46	58,3	58,1
129,57	53,7	53,6	1453,78	55,7	55,5
137,25	52,6	52,6	1539,93	55,7	55,6
145,38	49,9	49,8	1631,17	57,6	57,5
153,99	59,3	59,3	1727,83	58,5	58,3
163,12	68,4	68,4	1830,21	56,0	55,9
172,78	61,3	61,3	1938,65	56,6	56,4
183,02	64,7	64,7	2053,53	51,7	51,6
193,87	60,1	60,0	2175,20	54,7	54,7
205,35	62,3	62,3	2304,09	52,0	52,0
217,52	62,1	62,1	2440,62	52,4	52,3
230,41	60,7	60,6	2585,23	52,7	52,5
244,06	57,5	57,5	2738,42	51,6	51,5
258,52	58,2	58,2	2900,68	46,5	46,3
273,84	63,6	63,6	3072,56	46,5	46,3
290,07	59,9	59,9	3254,62	51,4	51,2
307,26	59,3	59,3	3447,47	47,9	47,7
325,46	60,2	60,2	3651,74	42,2	42,0
344,75	57,4	57,4	3868,12	42,8	42,6
365,17	59,3	59,3	4097,32	42,4	42,1
386,81	60,3	60,3	4340,10	42,5	42,1
409,73	59,4	59,3	4597,27	36,0	34,7
434,01	55,4	55,4	4869,68	38,4	37,7
459,73	56,3	56,2	5158,22	38,7	38,1
486,97	59,5	59,4	5463,87	33,4	29,5

Tabelle I.1: Messwerte des Schnellepegels von der Vergleichsmessung zwischen Laservibrometer und Beschleunigungsaufnehmer

Anhang J: Berechnungsergebnisse

Frequenz f [Hz]	Körperschall-Hallradius r [m]
45	0,02
200	0,05
400	0,06
600	0,08
800	0,09
1000	0,10
1200	0,11
1400	0,12
1600	0,13
1800	0,14
2000	0,14
2200	0,15
2400	0,16
2600	0,16
2800	0,17
3000	0,17
3200	0,18
3400	0,19
3600	0,19
3800	0,20
4000	0,20
4200	0,21
4400	0,21
4600	0,22
4800	0,22
5000	0,23
5200	0,23
5400	0,23
5600	0,24
5623	0,24

Tabelle J.1: Körperschall-Hallradius (siehe Gleichung (5.6)) der Holzspanplatte, exemplarisch für einige Frequenzen dargestellt

Frequenz f [Hz]	Kriterium von Heckl: $k_B^2 \cdot S \cdot \eta$ [-]
45	0,004
200	0,018
400	0,037
600	0,055
800	0,074
1000	0,092
1200	0,110
1400	0,129
1600	0,147
1800	0,165
2000	0,184
2200	0,202
2400	0,221
2600	0,239
2800	0,257
3000	0,276
3200	0,294
3400	0,313
3600	0,331
3800	0,349
4000	0,368
4200	0,386
4400	0,405
4600	0,423
4800	0,441
5000	0,460
5200	0,478
5400	0,496
5600	0,515
5623	0,517

Tabelle J.2: Ergebnisse der Berechnung des Kriteriums von Heckl (siehe Gleichung (3.11) bzw. (3.13)) für die Aluminiumplatte, exemplarisch für einige Frequenzen dargestellt

Frequenz f [Hz]	Kriterium von Heckl: $k_B^2 \cdot S \cdot \eta$ [-]
45	1,58
200	7,02
400	14,03
600	21,05
800	28,07
911	31,96
912	31,99
913	32,03
914	32,06
1000	35,08
1200	42,10
1400	49,11
1600	56,13
1800	63,15
2000	70,16
2200	77,18
2400	84,20
2600	91,21
2800	98,23
3000	105,24
3200	112,26
3400	119,28
3600	126,29
3800	133,31
4000	140,33
4200	147,34
4400	154,36
4600	161,38
4800	168,39
5000	175,41
5200	182,42
5400	189,44
5600	196,46
5623	197,26

Tabelle J.3: Ergebnisse der Berechnung des Kriteriums von Heckl (siehe Gleichung (3.11) bzw. (3.13)) für die Holzspanplatte, exemplarisch für einige Frequenzen dargestellt

Frequenz f [Hz]	Kriterium von Heckl: $k_B^2 \cdot S \cdot \eta$ [-]
45	1,99
200	8,84
400	17,68
600	26,53
722	31,92
723	31,97
724	32,01
725	32,05
800	35,37
1000	44,21
1200	53,05
1400	61,90
1600	70,74
1800	79,58
2000	88,42
2200	97,27
2400	106,11
2600	114,95
2800	123,79
3000	132,64
3200	141,48
3400	150,32
3600	159,16
3800	168,00
4000	176,85
4200	185,69
4400	194,53
4600	203,37
4800	212,22
5000	221,06
5200	229,90
5400	238,74
5600	247,59
5623	248,60

Tabelle J.4: Ergebnisse der Berechnung des Kriteriums von Heckl (siehe Gleichung (3.11) bzw. (3.13)) für die Gipskartonbauplatte, exemplarisch für einige Frequenzen dargestellt

Anhang K: Bilder

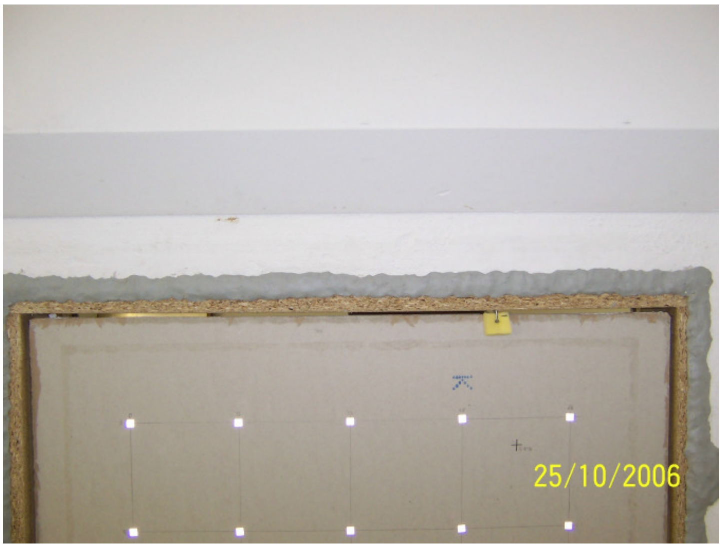


Bild K.1: Freie Lagerung an der Oberseite

Bild K.2: Freie Lagerung an der Unterseite

Bild K.3: Messraster

Bild K.4: Punktanregung

Bild K.5: Kreisförmige Abdeckung

Bild K.6: Gelenkige Lagerung vom Raum P 10B aus betrachtet

Bild K.7: Gelenkige Lagerung vom Raum P 9B aus betrachtet

Bild K.8: Punktförmige Anregung bei gelenkiger Lagerung

Bild K.9: Feste Einspannung vom Raum P 10B aus betrachtet

Bild K.10: Punktförmige Anregung an Shakerposition 1 bei fester Einspannung

Bild K.11: Punktförmige Anregung an Shakerposition 2 bei fester Einspannung

Bild K.12: Linienförmige Anregung anhand der transversalen Anregung

Bild K.13: Prüfobjekt bei Luftschallanregung

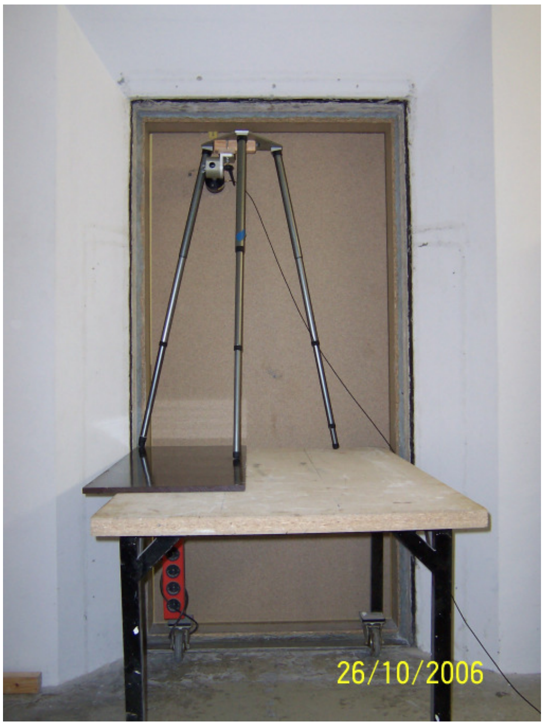


Bild K.14: Punktförmige Anregung bei freier Lagerung